

Determinação da tensão convencional de flambagem elástica por distorção em perfis cartola usando Redes Neurais Artificiais

Durval de Oliveira Pinto Neto¹, Patrícia dos Santos Andrade^{1*}, Koji de Jesus Nagahama², Anderson de Souza Matos Gádea², Mônica Batista Leite²

¹ Mestre da Universidade Estadual de Feira de Santana, Av. Transnordestina, s/n, Novo Horizonte, Feira de Santana, 44036-900, eng.durvalneto@gmail.com

^{1*}patriciadossantosandrade@gmail.com

² Professor Doutor da Universidade Estadual de Feira de Santana, Av. Transnordestina, s/n, Novo Horizonte, Feira de Santana, 44036-900, koji@uefs.br, gadea@uefs.br, mleite.uefs@gmail.com

Determination of conventional elastic distortional buckling stress at top-hat section using Artificial Neural Networks

Resumo

Os perfis de aço formados a frio (PFF), por apresentarem elevada esbelteza local e seção transversal aberta, estão sujeitos a instabilidades locais, distorcionais e globais. A ABNT NBR 14762:2010 normatiza os procedimentos de cálculo desses elementos estruturais sem, entretanto, estabelecer um método simplificado para determinação da tensão convencional de flambagem elástica por distorção (σ_{dist}). Este trabalho tem como objetivo gerar equações para determinação da σ_{dist} em PFF com seção transversal do tipo cartola, sujeitos à compressão centrada e flexão simples. As equações propostas foram obtidas por meio de uma rede neural artificial (RNA), cujos dados foram fornecidos por um programa baseado na Teoria de Viga Generalizada (GBT). Os resultados obtidos foram comparados com os resultados numéricos e analíticos encontrados na literatura técnica, demonstrando a viabilidade das equações para determinação da tensão convencional de flambagem elástica por distorção.

Palavras-chave: flambagem distorcional, rede neurais artificiais, perfis formados a frio.

Abstract

Cold-formed profiles (CFP) are subjected to local, distortional and global instabilities due to high local slenderness and open cross section. The ABNT NBR 14762:2010 standardizes the procedures for calculating these structural elements; however, it does not establish a simplified method for the conventional elastic distortional buckling stress (σ_{dist}) determination. Thus, this paper aims to develop equations to determine the σ_{dist} in CFP top-hat sections under centered compression and bending. The proposed equations were obtained through an artificial neural network (ANN) using a dataset provided by a software based on Generalized Beam Theory (GBT). The results were compared with several numerical and analytical data found in the technical literature and demonstrate the viability of the equations in determining σ_{dist} .

Keywords: distortional buckling, artificial neural networks, cold-formed steel profiles.

* autor correspondente

1 Introdução

A utilização dos perfis formados a frio (PFF) teve início no Brasil no final da década de 60, em indústrias, edifícios comerciais e residenciais, em substituição aos perfis laminados por conta da escassez de laminados leves no mercado (Chodraui, 2003).

Os PFF, também conhecidos como perfis de chapas dobradas são produzidos em chapas de aço com elevada esbeltez. Estes perfis apresentam seção transversal aberta e se caracterizam por serem susceptíveis a ocorrência de instabilidades locais, globais e distorcionais.

A flambagem distorcional foi relatada pela primeira vez por Van der Maas (1954) no contexto de colunas de PFF de seção cartola. Van der Maas (1954) descreveu o fenômeno como um modo “local” distinto, com uma configuração deformada caracterizada pela flexão de bandas simultâneas e movimentos laterais do conjunto formado pela mesa e enrijecedor de borda (Figura 1). Posteriormente, observou-se que, o fenômeno da flambagem distorcional, é caracterizado pela rotação e possível translação do conjunto formado pela mesa e enrijecedor de borda comprimidos.



Figura 1 - Fenômeno da flambagem distorcional

Segundo a ABNT NBR 14762:2010, o modo de flambagem distorcional pode ocorrer como modo crítico de instabilidade, a depender das relações geométricas das seções transversais dos perfis. Porém, a norma brasileira 14762:2010, que trata do dimensionamento dos PFF, não apresenta um método para cálculo da tensão convencional de flambagem elástica por distorção (σ_{dist}), limitando-se a indicar que este valor pode ser obtido por meio de uma análise de estabilidade elástica. Por isso, muitas pesquisas foram realizadas para estudar a estabilidade de PFF utilizando metodologias numérico-computacionais. Tavares *et al.* (2016), Pérez (2003), Casafront *et al.* (2011), Chodraui (2006), entre outros, realizaram ensaios de compressão e flexão para analisar a estabilidade em PFF. No entanto, realizar esse tipo de ensaio, em quantidade relevante, é muito dispendioso, tanto com relação ao tempo gasto, quanto com relação ao custo para realização dos ensaios.

Diversos métodos numérico-computacionais têm sido utilizados para o estudo da flambagem distorsional, tais como: o método dos elementos finitos, usado em Casafront *et al.* (2009) e Tavares *et al.* (2016); o Método das Faixas Finitas, utilizado em Schafer (2000), Nagahama (2003), Pierin (2011), Schafer (2012); e a Teoria Generalizada de Vigas (GBT), adotado em Davies e Jiang (1996) e Silvestre e Camotim (2004a; 2004b). Esses métodos conseguem reproduzir o comportamento de estabilidade de PFF obtidos em laboratório, possibilitando a obtenção da resistência à flambagem de grande quantidade de perfis, com redução de custo e de tempo. Além desses métodos, o método semianalítico de Hancock (1997) também tem sido usado para determinar a tensão convencional de flambagem elástica por distorção, tendo em vista que esse método apresentou baixo percentual de erros (até 8%). No entanto, há dificuldades na utilização do método do Hancock (1997), principalmente em projetos de médio a grande porte, porque a análise de estabilidade seria realizada por meio de verificação do tipo barra por barra, configurando-se como um processo exaustivo e impraticável diante da alta competitividade do mercado.

Um método alternativo para se obter a σ_{dist} é a aplicação das redes neurais artificiais (RNA), as quais têm sido amplamente utilizadas no ramo da engenharia como metodologia de pesquisa para solução de problemas complexos e não-lineares, especialmente em estudos envolvendo estabilidade de PFF (Mukherjee *et al.*, 1996; El-Kassas *et al.*, 2001, 2002; Pala, 2006; Dias e Silvestre, 2011; Pinto Neto, 2017; Pinto Neto *et al.*, 2017). As RNA são técnicas computacionais que apresentam um modelo matemático inspirado na estrutura neural (cérebro humano), que realiza o aprendizado através da experiência, sendo capazes de reconhecer, associar e generalizar padrões. Dessa forma, a modelagem de um fenômeno utilizando uma RNA é não-paramétrica e faz uso somente de amostragens de valores de entrada e saída do sistema, sem necessitar o entendimento dos fatores que influenciam no fenômeno na construção de uma modelagem de comportamento (Pinto Neto, 2017).

Dentre os autores que utilizaram as RNA para previsão da σ_{dist} , pode-se citar: Pala (2006), que extraiu uma equação capaz de calcular a σ_{dist} em perfis U enrijecidos sujeitos à compressão centrada, cujos dados de saída utilizados para treinamento foram obtidos segundo o Método das Faixas Finitas, e obteve erros próximos a 11%; Dias e Silvestre

(2011), que obtiveram uma equação capaz de calcular, com boa aproximação, a tensão convencional de flambagem elástica por distorção em tubos elípticos sob compressão; e Tohidi e Sharifi (2015), que investigaram a flambagem distorcional em perfis I de aço e desenvolveram fórmulas precisas capazes de calcular a tensão convencional de flambagem elástica por distorção; Pinto Neto (2017) que desenvolveu equações para σ_{dist} de perfis com seção transversal U enrijecido sob flexão simples e compressão centrada, encontrando para ambos casos erros inferiores a 7%; Pinto Neto *et al.*, (2017) que obtiveram equações de σ_{dist} de perfis Z enrijecido sob compressão e flexão simples com erros inferiores a 6% para cada equação.

Desse modo, o objetivo deste trabalho é determinar equações capazes de prever a tensão convencional de flambagem elástica por distorção (σ_{dist}) em perfis de aço formado a frio do tipo Cartola, sujeitos à compressão centrada e flexão simples, com uso as redes neurais artificiais.

2 Materiais e Métodos

Para determinação das equações capazes de prever a σ_{dist} , faz-se necessário conhecer as etapas para execução dessa tarefa, quais sejam: (i) definição do problema; (ii) geração dos dados para treinamento da RNA; (iii) definição da topologia da RNA (iv) treinamento das RNA; (v) validação da rede e (vi) obtenção das equações.

O tipo de seção transversal estudada no presente trabalho é o perfil cartola submetido à compressão centrada e à flexão simples. Destaca-se que, para este tipo de perfil, não há disponível uma metodologia simplificada para cálculo da σ_{dist} .

Para a realização das análises, considerou-se que todos os perfis estudados teriam suas extremidades simplesmente apoiadas e com empenamento livre, pois essa é a condição mais desfavorável quando se trata de capacidade de resistência à flambagem. Foi considerado também que as tensões convencionais de flambagem elástica por distorção foram calculadas para o comprimento crítico (L_{cr}), que é o comprimento associado a uma tensão mínima (Silvestre; Camotim, 2004). Além disso, para perfis sob flexão, foi adotado que a flexão ocorreria no eixo assimétrico dos perfis, com os enrijecedores comprimidos.

Para a geração dos dados de entrada que estão relacionados à geometria dos perfis e o dado de saída; isto é, as tensões convencionais de flambagem elástica por distorção, foi necessário a adoção de um método que possibilitasse uma análise de estabilidade elástica, como sugerido pela NBR 14762:2010, uma vez que não se dispõe de dados experimentais em quantidade suficiente para realização do ajuste do modelo. Dentre os métodos mais utilizados na literatura com essa finalidade, destacam-se o Método das Faixas Finitas e a Teoria Generalizada de Vigas.

O Método das Faixas Finitas é um método semianalítico, caracterizado pela divisão do perfil em faixas, considerando-se que as propriedades mantêm-se constantes ao longo do comprimento do mesmo. Com isso, comparando-o ao método dos elementos finitos, há uma redução do número de graus de liberdade e de “esforço” computacional (Nagahama, 2003). São utilizadas duas funções de interpolação diferentes: polinômios de grau cúbico na seção transversal e, ao longo de toda extensão do perfil, funções do tipo *Spline* ou trigonométricas, sendo que essas funções interpoladoras têm de se adaptar às condições de contorno das extremidades do perfil. Dessa forma, as tensões ao longo do comprimento do perfil podem ser determinadas sem desconsiderar o efeito da interação entre os modos de flambagem.

Já a Teoria Generalizada de Vigas (*Generalized Beam Theory*) considera um perfil como uma associação de placas. Dessa forma, a discretização e a configuração da deformada de um perfil é dada como uma combinação linear dos modos de deformação multiplicada por suas respectivas funções de amplitude (Silvestre *et al.*, 2001). Isso possibilita a obtenção do modo distorcional em seu estado “puro”, isto é, sem o efeito do acoplamento entre os modos local, distorcional e global. Como o enfoque desse estudo é determinar uma equação para a tensão convencional de flambagem elástica por distorção (σ_{dist}) sem a influência de nenhum outro modo de flambagem, o programa baseado na GBT desenvolvido por Silvestre e Camotim (2004b) foi adaptado para gerar os dados de entrada e saída relacionados a perfis de seção cartola para o treinamento das RNA. Dessa forma, com o auxílio desse programa e em decorrência da implementação computacional, foram obtidos diretamente os valores de σ_{dist} sem a necessidade de detecção de valores mínimos associados a flambagem por distorção (Silvestre; Camotim, 2004).

Os parâmetros de entrada adotados para a construção dos modelos foram: altura da alma (b_w); largura da mesa (b_f); comprimento de enrijecedor de borda (d); e espessura dos perfis (t), conforme apresentado na Figura 2. Já, como parâmetro de saída, foi adotado o valor da tensão convencional de flambagem elástica por distorção (σ_{dist}).

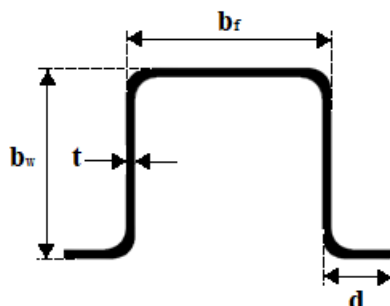


Figura 2 - Parâmetros da seção transversal

A definição dos limites máximos e mínimos dos parâmetros dos perfis analisados, apresentados na Tabela 1, foi realizada por meio de uma busca em catálogos de fabricantes e na literatura técnica. Os intervalos em que os parâmetros da seção variaram foram escolhidos de tal forma que se obtivesse uma quantidade de perfis representativa. No total, o número de perfis cujos parâmetros enquadram-se nos limites estabelecidos na Tabela 1, foi de 1.332.579 seções transversais distintas.

Tabela 1 - Valores limites (máximos e mínimos) dos parâmetros da seção transversal

Parâmetros	Intervalo de Valores	Intervalo
b_w	50 a 300 mm	5 mm
b_f	40 a 300 mm	5 mm
d	10 a 150 mm	5 mm
t	1 a 5 mm	0,25 mm

Nem todas as seções geradas por meio do auxílio do programa baseado na GBT são usuais na indústria da construção, por exemplo, o perfil de 300x40x10x5 mm. Por isso, foi aplicado ao conjunto de dados obtidos, a restrição de forma (ii). Além disso, as normas ABNT NBR 14762:2010, ABNT NBR 6355:2012, AS/NZS:2005, Eurocode 3 parte 1-3:2012 e AISI S-100:2012, para dimensionamento de estruturas em PFF, estabelecem também valores-limites (restrições) para o uso desses tipos de perfis, quais sejam:

- | | | |
|---|---|---|
| (i) $\left(\frac{b_f}{t} \leq 60 \right)$ | (ii) $\left(0,5 \leq \frac{b_f}{b_w} \leq 3,2 \right)$ | (iii) $\left(\frac{b_w}{t} \leq 260 \right)$ |
| (iv) $\left(0,1 \leq \frac{d}{b_w} \leq 0,3 \right)$ | (v) $\left(5 \leq \frac{d}{t} \leq 50 \right)$ | (vi) $f_u \leq 570 \text{ MPa}$ |

$$(vii) \left(0,2 \leq \frac{d}{b_f} \leq 0,6 \right)$$

Foi observado que, os perfis que apresentam a mesma razão geométrica entre os parâmetros da seção transversal, quais sejam: $\left(\frac{b_f}{b_w} \right)$, $\left(\frac{b_w}{t} \right)$ e $\left(\frac{d}{b_w} \right)$ possuem os mesmos valores de tensão convencional de flambagem elástica por distorção (Pinto Neto, 2017). Por isso, foram adotadas essas relações geométricas como variáveis de entrada das RNA, em contraponto à utilização da altura da alma (b_w), largura da mesa (b_f), comprimento de enrijecedor de borda (d) e espessura dos perfis (t). Consequentemente, foi possível diminuir o número de variáveis de entrada, de quatro para três, resultando na redução do tamanho da equação gerada. Portanto, conforme apresentado na Figura 3, como dados de entrada da RNA, têm-se as relações entre os parâmetros geométricos da seção transversal e como dados de saída, σ_{dist} .

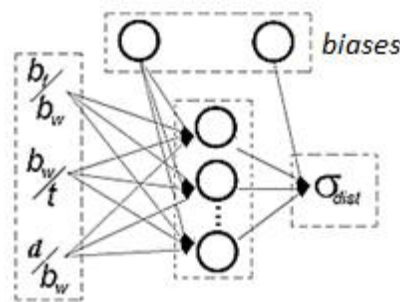


Figura 3 - Topologia das RNA

Os dados de entrada adotados são equivalentes aos impulsos nervosos em neurônio humano biológico e são ponderados com os pesos sinápticos. Os pesos sinápticos são parâmetros da RNA que detêm informação sobre o problema a ser resolvido. A informação contida nos pesos sinápticos é obtida pela RNA por meio da ponderação de um neurônio a outro, sendo ajustada ao longo da transferência da informação da entrada à saída. O resultado da ponderação entre os dados de entrada e os pesos sinápticos é conduzida a uma função de transferência, que pode ser sigmoide logarítmica, tangente hiperbólica ou linear. A saída da função de transferência é influenciada externamente pelas *biases*, impedindo que a saída da RNA seja nula quando todas as entradas são iguais a zero, por exemplo (Araújo, 2015).

Com a adoção dessas novas variáveis e imposição das restrições, foi possível a redução da quantidade de seções para 21.222 submetidas à compressão e 6.883 seções sujeitas à flexão simples. Esses perfis foram utilizados para o treinamento das RNA.

As boas respostas obtidas por esse tipo de RNA nos problemas envolvendo estabilidade de PFF em diversos estudos, como (Hagan; Menhaj, 1994), El-Kassas *et al.* (2001; 2002), Pala (2006), Pinto Neto (2017) e Pinto Neto *et al.* (2017), demonstram a viabilidade de redes do tipo *feedforward* com *backpropagation*. Do mesmo modo, também foi utilizado o algoritmo de Levenberg-Marquardt, que, segundo Hagan e Menhaj (1994) apresentam resultados eficientes.

El-Kassas *et al.* (2001; 2002) observaram que redes de uma única camada se mostram mais vantajosas, porque as diferenças entre os erros obtidos entre essas e as redes multicamadas, diante do esforço computacional realizado, foram muito pequenas.

O número de neurônios para a camada intermediária foi estabelecido desde dois até seis neurônios, respeitando-se o teorema de Kolmogorov-Nielsen (Hecht-Nielsen, 2002). As funções de transferência utilizadas foram a tangente hiperbólica na camada intermediária e a linear para a camada de saída. Ao todo foram treinadas 10 RNA, sendo 5 RNA para perfis sujeitos à compressão centrada e 5 RNA para perfis sujeitos à flexão simples.

3 Análise das Redes Neurais Artificiais - Compressão

A Tabela 2 mostra um resumo dos resultados das RNA treinadas cujos perfis estão submetidos à compressão centrada. Pode-se observar o coeficiente de determinação (R^2), maior erro positivo e negativo, bem como a distribuição do percentual de erros.

Tabela 2 - Resumo de resultados das RNA para perfis submetidos à compressão

Número de Neurônios (Camada Intermediária)	R^2	Maior Erro Negativo (%)	Maior Erro Positivo (%)	Número de perfis com erros maiores que:				
				1%	2%	5%	7%	10%
2	0,99	-18,26	9,00	15.561	10.700	2.260	1.023	362
3	1,00	-2,73	5,78	2.568	187	1	0	0
4	1,00	-2,13	2,38	506	3	0	0	0
5	1,00	-1,75	1,30	101	0	0	0	0
6	1,00	-0,99	1,28	8	0	0	0	0

Pela Tabela 2, nota-se que as RNA com seis neurônios na camada intermediária foram as que obtiveram melhor treinamento, pois apresentaram perfis com percentuais de

erros absolutos menores que 2%. O responsável por esse melhor treinamento dessas RNA perante as demais foi o maior número de neurônios na camada intermediária. Devido a sensibilidade das RNA ao erro, foi necessário estipular em 10% o erro máximo admitido para as análises, tendo como base os erros obtidos em outros trabalhos de determinação de σ_{dist} realizados por: Hancock (1997), que apresentou erros máximos de 8%; Silvestre e Camotim (2004b), com erros menores que 7%; Pala (2006) com erros da ordem de 11%; Pinto Neto (2017) com erros inferiores a 7%; e Pinto Neto *et al.* (2017) com erros de até 6%. Assim, optou-se por adotar a RNA com três neurônios na camada intermediária. As demais RNA com quatro, cinco e seis neurônios na camada intermediária também apresentam erros inferiores a 10%, mas a RNA com três neurônios na camada intermediária possibilita a obtenção de uma menor expressão analítica para realizar o cálculo da σ_{dist} se comparada com as demais, devido ao menor número de neurônios na camada intermediária, sendo esse um segundo critério de escolha.

A Figura 4 apresenta o coeficiente de determinação (R^2) do modelo adotado; isto é, a rede com três neurônios na camada intermediária. Observa-se que o coeficiente de determinação é igual a 1 e todos os dados encontram-se bem próximos da linha de ajuste do gráfico, demonstrando um bom ajuste desse modelo de RNA ao conjunto de dados utilizados para treinamento.

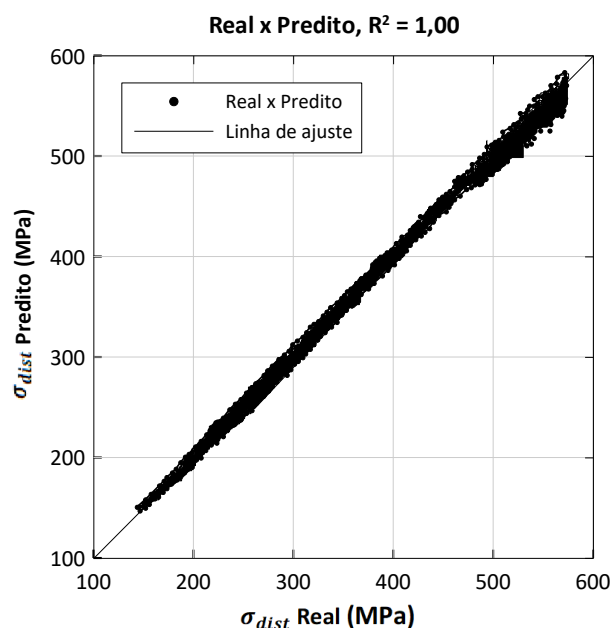


Figura 4 - Coeficiente de determinação (R^2) da RNA com 3 neurônios na camada intermediária – Compressão centrada

O histograma de distribuição de erro obtido com o treinamento do modelo escolhido é apresentado na Figura 5. Observa-se uma concentração de perfis para erros entre -1% a 1%, o que corresponde a 87,9% dos perfis treinados.

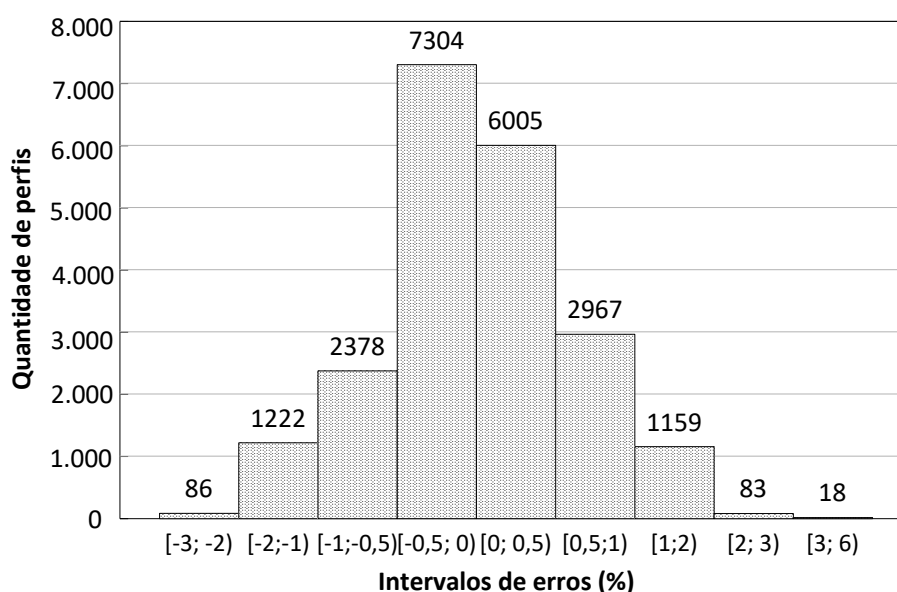


Figura 5 - Histograma de distribuição de erro para as RNA com três neurônios na camada intermediária – Compressão centrada

3.1 Validação – Compressão centrada

Após a escolha do modelo adotado, torna-se necessária a observação da sua capacidade de predição. Para isso, o modelo de RNA com três neurônios na camada intermediária, uma adaptação do programa de Silvestre e Camotim (2004b) para perfis cartola, o CUFSM (Schafer, 2012), o método de Lau e Hancock (1987) e o INSLOD (Nagahama, 2003) foram aplicados a perfis estudados por Schafer (2000), Lu (2000) e Lau e Hancock (1990) de modo a evidenciar a capacidade de predição das RNA para determinar a tensão convencional de flambagem elástica por distorção (σ_{dist}) em comparação com outros métodos de cálculo utilizados na literatura. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 3.

Pela análise dos resultados da Tabela 3, a RNA apresenta boas correlações com a adaptação do programa de Silvestre e Camotim (2004b), o CUFSM (Schafer, 2012), o método de Lau e Hancock (1987) e o INSLOD (Nagahama, 2003). As correlações mais próximas da unidade estão relacionadas à comparação da RNA adotada com a adaptação do programa de Silvestre e Camotim (2004b), resultado esperado em função da base de dados ter sido gerada com a metodologia da GBT apresentada por Silvestre

e Camotim (2004b). A comparação com o INSLOD (Nagahama, 2003) apresenta a segunda menor média, seguida do CUFSM (Schafer, 2012) pois ambos programas são baseados no Método das Faixas Finitas. Os resultados da comparação com o método de Lau e Hancock (1987) são mais conservadores em função do método semianalítico proposto pelos autores.

Tabela 3 - Comparação dos valores de tensão convencional de flambagem elástica por distorção obtidos da RNA com métodos numéricos e analíticos da literatura – Compressão centrada

	Parâmetros da Seção Transversal								Métodos Numéricos			
	b_w (mm)	b_f (mm)	d (mm)	t (mm)	b_f/b_w	b_w/t	d/b_w	σ_{dist} RNA (MPa)	σ_{dist} RNA / Sil. e Cam. adap. (2004b)	σ_{dist} RNA / CUFSM (Schafer, 2012)	σ_{dist} RNA / Lau e Hancock (1987)	σ_{dist} RNA / INSLOD (Nagahama, 2003)
Schafer (2000)	100	50	10	1,5	0,50	66,67	0,10	293,21	1,01	0,98	1,07	1,01
	100	50	15	1,5	0,50	66,67	0,15	398,89	1,00	0,98	1,13	1,00
	75	40	8,8	1,5	0,53	50,00	0,12	429,92	1,01	0,98	1,07	1,00
	80	50	10	1,5	0,63	53,33	0,13	331,77	0,99	0,97	1,05	0,99
	80	50	12	1,5	0,63	53,33	0,15	384,48	1,00	0,98	1,08	1,00
	80	50	15	1,5	0,63	53,33	0,19	449,28	1,00	0,95	1,12	1,00
	63	40	9,1	0,9	0,63	70,00	0,14	267,68	1,00	0,98	1,09	1,00
Lu (2000)	100	75	15	1,5	0,75	66,67	0,15	225,04	0,98	0,97	1,05	0,99
	80	80	20	1,5	1,00	53,33	0,25	280,46	0,99	0,95	1,08	1,00
Lau e Hancock (1990)	83,8	71,6	10,1	1,666	0,85	50,30	0,12	193,61	0,90	0,89	0,92	0,90
	84,2	72,2	10,1	1,976	0,86	42,61	0,12	240,38	0,93	0,91	0,93	0,92
	78,4	81,5	10,7	2,38	1,04	32,94	0,14	269,73	0,95	0,94	0,93	0,92
Média									0,98	0,96	1,05	0,98
Desvio padrão									0,034	0,029	0,074	0,039
Coeficiente de variação									3,50%	3,03%	7,07%	3,95%

3.2 Equação para o cálculo da σ_{dist} – Compressão centrada

Como a validação demonstrou que a RNA adotada para o fenômeno possui boa capacidade de generalização, foi obtida a equação para essa RNA. Então, a Equação 1 apresentada é capaz de determinar a tensão convencional de flambagem elástica por distorção para perfis de aço formados à frio com seção transversal do tipo cartola sob compressão centrada.

$$\sigma_{dist} = \frac{9350671}{537} \tanh(k1) - \frac{44984917}{3331} \tanh(k2) - \frac{5008783}{375} \tanh(k3) + \frac{6322663}{660} \quad (1.a)$$

$$k1 = \left(\frac{5084}{7507} \left(\frac{b_f}{b_w} \right) + \frac{3050}{485539} \left(\frac{b_w}{t} \right) + \frac{85263}{37127} \left(\frac{d}{b_w} \right) + \frac{97436}{130203} \right) \quad (1.b)$$

$$k2 = \left(\frac{83297}{85563} \left(\frac{b_f}{b_w} \right) + \frac{2854}{397841} \left(\frac{b_w}{t} \right) + \frac{26524}{26405} \left(\frac{d}{b_w} \right) + \frac{28282}{59257} \right) \quad (1.c)$$

$$k3 = \left(\frac{43001}{85177} \left(\frac{b_f}{b_w} \right) + \frac{5575}{178489} \left(\frac{b_w}{t} \right) - \frac{25925}{23306} \left(\frac{d}{b_w} \right) + \frac{23289}{20399} \right) \quad (1.d)$$

As Equações 1.a, 1.b, 1.c e 1.d para o cálculo de σ_{dist} são diretas, não iterativas, baseadas em operações matemáticas básicas e foram obtidas com uma ferramenta que constrói modelos de comportamentos com base em uma amostra de dados de entrada e saída, sem necessitar de análise ou conhecimento dos fenômenos.

4 Análise das Redes Neurais Artificiais – Flexão Simples

Um resumo dos resultados das RNA treinadas é apresentado na Tabela 4, na qual se pode observar o coeficiente de determinação (R^2), maior erro positivo e negativo, bem como a distribuição dos perfis nas faixas de erros absolutos considerados.

Tabela 4 - Resumo de resultados das RNA de perfis submetidos à flexão simples

Número de Neurônios (Camada Intermediária)	R^2	Maior Erro Negativo (%)	Maior Erro Positivo (%)	Número de perfis com erros maiores que:			
				0,5%	1,0%	2,0%	3,0%
2	1,00	-3,42	2,99	6.883	1.123	152	11
3	1,00	-2,79	2,38	6.883	443	41	0
4	1,00	-0,79	1,92	6.883	15	0	0
5	1,00	-0,36	0,47	6.883	0	0	0
6	1,00	-0,15	0,21	6.883	0	0	0

Pela Tabela 4, observa-se que a melhor RNA treinada foi a com seis neurônios na camada intermediária, apresentando um R^2 de 1,00 e erros absolutos máximos positivos de 0,21% e negativos de -0,15%. No entanto, foi escolhida a RNA com dois neurônios na camada intermediária, pois o maior erro absoluto obtido por essa RNA foi de 3,42%, que é inferior aos percentuais de erros obtidos por Hancock (1997), Silvestre e Camotim (2004b), Pala (2006) e Pinto Neto (2017). Outra motivação para a escolha da RNA com dois neurônios na camada intermediária foi o número de neurônios na camada intermediária, uma vez que a quantidade de neurônios na camada intermediária

influencia no número de termos da equação obtida com o auxílio de RNA. Dessa forma, foram analisados o gráfico do coeficiente de determinação e o histograma de distribuição de erros somente da RNA adotada. O gráfico de regressão, apresentado na Figura 6, apresenta o ajuste da RNA com dois neurônios na camada intermediária e função de transferência tangente hiperbólica ao conjunto de dados estudados.

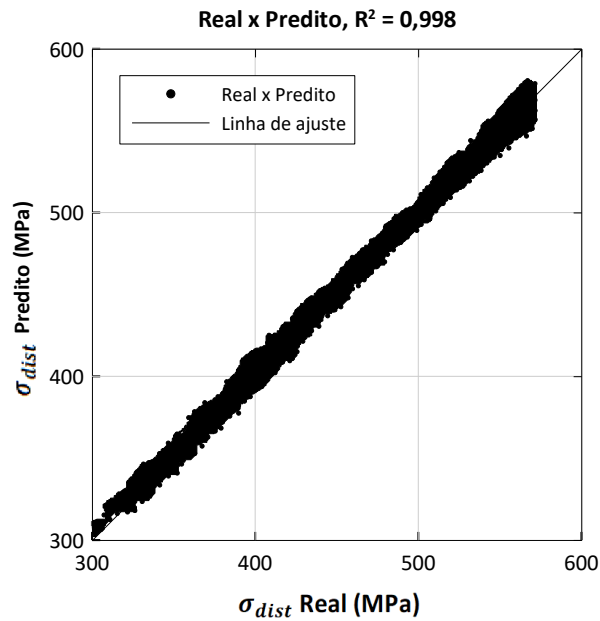


Figura 6 - Coeficiente de determinação (R^2) da RNA – Flexão simples

O histograma de distribuição de erros da mesma RNA, por sua vez, presente na Figura 7, mostra a distribuição de perfis nos intervalos de erros analisados. Pela Figura 7, observa-se que 93,3% dos perfis possuem erros de até $\pm 1\%$.

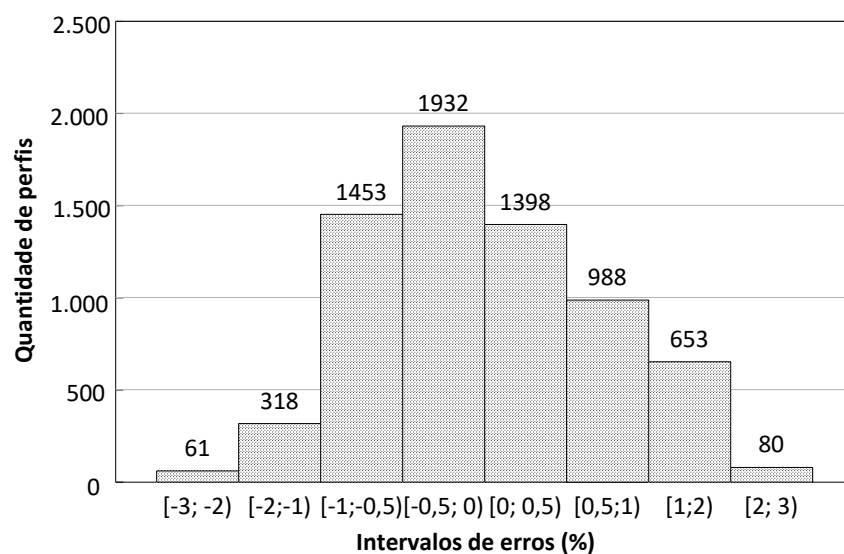


Figura 7 - Histograma de distribuição de erro para as RNA com dois neurônios na camada intermediária – Flexão simples

A partir do gráfico do coeficiente de determinação (Figura 6) e do histograma de distribuição de erros, é possível perceber que esse modelo de RNA ajusta-se bem ao fenômeno e ao conjunto de dados estudados. Entretanto, ainda foi necessário validá-lo com a aplicação em resultados numéricos e analíticos obtidos, para avaliar se essa RNA consegue realizar boas generalizações com relação a dados de entrada não usados durante o treinamento.

4.1 Validação – Flexão simples

Com a adaptação do programa de Silvestre e Camotim (2004b) para perfis cartola, o CUFSM (Schafer, 2012) e INSLOD (Nagahama, 2003), foi realizada a validação da RNA treinada com dois neurônios na camada intermediária e a tangente hiperbólica como função de transferência. Tanto esses métodos como a RNA adotada foram aplicados aos perfis estudados por Schafer (2000), Lu (2000) e Lau e Hancock (1990), sendo a comparação dos valores de tensão convencional de flambagem elástica por distorção obtidos da RNA com os métodos numéricos apresentada na Tabela 5.

Tabela 5 - Comparação dos valores de tensão convencional de flambagem elástica por distorção obtidos da RNA com métodos numéricos - Flexão simples

	Parâmetros da Seção Transversal								Métodos Numéricos		
	b_w (mm)	b_f (mm)	d (mm)	t (mm)	b_f/b_w	b_w/t	d/b_w	σ_{dist}^{RNA} (MPa)	σ_{dist}^{RNA} / Sil. e Cam. Adap. (2004b)	σ_{dist}^{RNA} / CUFSM (Schafer, 2012)	σ_{dist}^{RNA} / INSLOD (Nagahama, 2003)
Schafer (2000)	100	50	10	1,5	0,50	66,67	0,10	553,36	0,98	1,18	1,25
	80	50	10	1,5	0,63	53,33	0,13	575,18	0,96	1,19	1,24
	63	40	9,1	0,9	0,63	70,00	0,14	479,99	1,00	1,27	1,33
Lu (2000)	100	75	15	1,5	0,75	66,67	0,15	404,34	1,01	1,27	1,33
	80	80	20	1,5	1,00	53,33	0,25	549,46	1,01	1,46	1,53
Lau e Hancock (1990)	83,8	71,6	10,1	1,67	0,85	50,30	0,12	377,84	1,01	1,23	1,27
	84,2	72,2	10,1	1,98	0,86	42,61	0,12	435,96	0,97	1,17	1,21
	78,4	81,5	10,7	2,38	1,04	32,94	0,14	436,82	0,91	1,07	1,08
Média									0,98	1,23	1,28
Desvio padrão									0,035	0,113	0,128
Coeficiente de variação									3,50%	9,20%	10,00%

As relações entre a RNA e a adaptação do programa de Silvestre e Camotim (2004b) obtiveram resultados próximos ou iguais a unidade, uma vez que os dados usados para o treinamento das RNA são oriundos desse programa. Os valores de tensão relativa das

RNA com o CUFSM (Schafer, 2012) e o INSLOD (Nagahama, 2003) que se mostraram distantes da unidade (superior a 1,10 ou inferior a 0,90), por sua vez, indicam a ocorrência de interação modal na maioria dos perfis apresentados na Tabela 5, uma vez que as RNA treinadas são sensíveis a este efeito.

A interação entre modos, segundo Nagahama (2003), pode ocorrer basicamente de quatro formas distintas: modo local de placa com modo global, modo distorcional com modo global, modo local de placa com modo distorcional e modo global, e modo local de placa com modo distorcional. Exemplificando, foi realizada uma análise do comportamento de flambagem do perfil 80x80x20x1,5 mm ao longo do comprimento, utilizando o CUFSM (Schafer, 2012), pois este perfil foi um dos que obtiveram maior erro em percentual entre todos os perfis usados para validação do modelo de RNA adotado. A Figura 8 apresenta a curva de flambagem e as curvas dos modos local de placa, distorcional e global “puros” do perfil 80x80x20x1,5 mm.

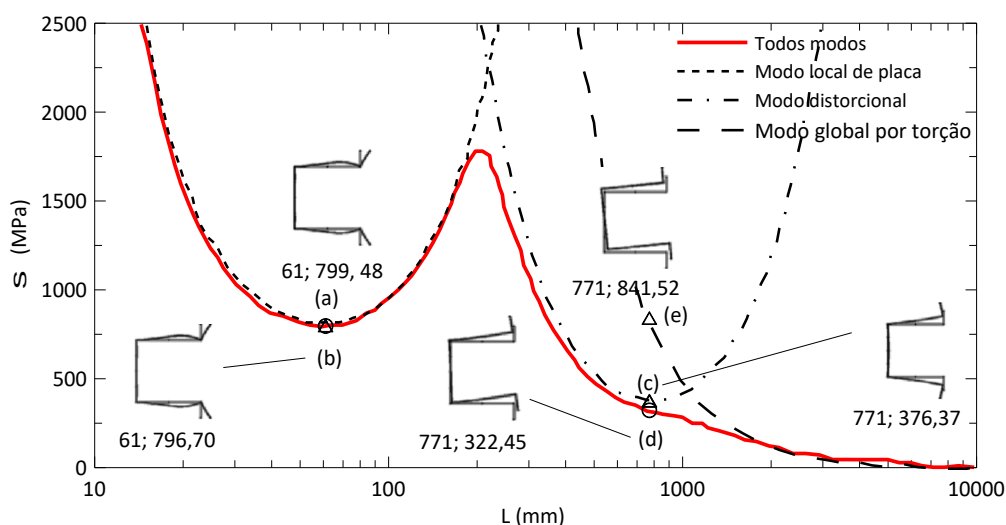


Figura 8 - Curva de flambagem do perfil 80x80x20x1,5 mm - Interação entre modos de flambagem

O ponto (a) refere-se ao ponto de mínimo associado aos modos local de placa (MPL) “puro”. O ponto (b), por sua vez, é o primeiro ponto de mínimo da curva de flambagem do perfil 80x80x20x1,5 mm e está associado ao modo local de placa (MPL) sob a influência da interação modal. Pela Figura 8, há quase uma sobreposição entre os pontos (a) e (b) para o comprimento de 61 mm, o que indica que nesse ponto a participação de outros modos de flambagem é muito pequena de forma que a flambagem ocorreria quase que totalmente devido ao modo local de placa.

O valor de mínimo para a flambagem elástica por distorção no estado “puro” é representado pelo ponto (c). A curva que contém esse ponto foi obtida por meio da aplicação de uma restrição de deslocabilidade nas “dobras” entre a mesa e alma do perfil. Essa restrição implicou no aumento da rigidez da seção transversal e consequente elevação da tensão de flambagem em comparação ao ponto (d), aproximando-se do valor real da tensão convencional de flambagem elástica por distorção (Schafer, 2012), conforme ponto (c) na Figura 8. A aplicação de outras restrições de deslocabilidade, para além da supracitada, aproxima ainda mais os dois valores, mas não é o objetivo desse trabalho.

Com a adaptação do programa de Silvestre e Camotim (2004b), foi obtido um comprimento crítico de flambagem de 771 mm (ponto d) que, pela hipótese adotada, estaria associado a tensão convencional de flambagem elástica por distorção. A deformada apresentada no ponto (d) se aproxima da deformada do modo global por torção no ponto (e), indicando que em L=771 mm há uma interação distorcional-global, conforme apresentado na Figura 8, com dominância do modo global por torção na seção transversal.

4.2 Equação para o cálculo da σ_{dist} – Flexão

A equação obtida da RNA com dois neurônios na camada intermediária e com função de transferência tangente hiperbólica, capaz de determinar a tensão convencional de flambagem elástica por distorção dos perfis de aço formados a frio, do tipo cartola, sujeitos à flexão simples é apresentada na Equação 2.

$$\sigma_{\text{dist}} = -\frac{11089935}{388} \tanh(k1) - \frac{8931966}{577} \tanh(k2) + \frac{6822033}{155} \quad (2.a)$$

$$k1 = \left(\frac{19775}{47826} \left(\frac{b_f}{b_w} \right) + \frac{2883}{221534} \left(\frac{b_w}{t} \right) - \frac{100043}{37005} \left(\frac{d}{b_w} \right) + \frac{11321}{5536} \right) \quad (2.b)$$

$$k2 = \left(\frac{87499}{62829} \left(\frac{b_f}{b_w} \right) + \frac{1561}{550409} \left(\frac{b_w}{t} \right) - \frac{30969}{16075} \left(\frac{d}{b_w} \right) + \frac{13767}{9424} \right) \quad (2.c)$$

Assim como as equações para σ_{dist} em perfis cartola sob compressão, as Equações 2.a, 2.b e 2.c também são diretas e, para serem aplicadas, não necessitam de iteração. Ressalta-se que para a aplicação dessas equações não é necessário a realização de análise prévia do fenômeno, uma vez que as RNA são ferramentas que possibilitam a

identificação de comportamentos por meio de uma amostra de dados de entrada e saída.

5 Conclusões

Esse trabalho apresentou equações para determinação da tensão convencional de flambagem elástica por distorção em perfis de aço formado a frio, do tipo cartola, sujeitos à compressão centrada e flexão simples, com condições de apoio que simulam articulações e empenamento livre. A equação capaz de prever a σ_{dist} foi obtida por meio de uma RNA desenvolvida com o MATLAB®. Os dados de treinamento da RNA foram obtidos pelo programa computacional baseado no método da Teoria Generalizada de Vigas, constituindo-se como dados de entrada as relações dos parâmetros da seção transversal $\left(\frac{b_f}{b_w}\right)$, $\left(\frac{b_w}{t}\right)$ e $\left(\frac{d}{b_w}\right)$. As RNA foram treinadas com o algoritmo de aprendizagem *backpropagation* associado com a regra de atualização de Levenberg-Marquardt com uma camada intermediária. O número de neurônios na camada intermediária variou de dois a seis neurônios e a função de transferência na camada intermediária foi a tangente hiperbólica e a linear na camada de saída. Ao final, as RNA foram validadas por resultados numéricos e analíticos consagrados na literatura como, a adaptação do programa de Silvestre e Camotim (2004b) para perfis cartola, CUFSM (Schafer, 2012), Lau e Hancock (1987) e INSLOD (Nagahama, 2003).

O treinamento de todas as RNA mostrou-se satisfatório, pois as mesmas em geral obtiveram bom ajuste ao fenômeno e apresentaram erros inferiores ao valor de 10%, estabelecido como erro máximo, com base nos percentuais de erros encontrados nos estudos de Hancock (1997), Silvestre e Camotim (2004b), Pala (2006), Pinto Neto (2017) e Pinto Neto *et al.* (2017). Tanto para a RNA em que os perfis foram considerados sob compressão centrada como para a RNA com perfis sujeitos à flexão simples, foi verificada uma boa capacidade de generalização, pois as RNA escolhidas para ambos os casos apresentaram bom ajuste ao conjunto de dados e erros pequenos durante a validação.

Além disso, conclui-se que perfis cujas seções transversais possuem a tendência de apresentarem interação entre modos de flambagem podem ter erros elevados quando aplicado os modelos de RNA escolhidos. E, como foi usado como base para treinamento

das RNA, as tensões convencionais de flambagem elástica por distorção em seu estado “puro”, as equações propostas também obtêm as tensões nessa situação. Muito embora, o efeito da interação entre modos tenha sido observado durante a validação da equação, tanto para perfis sob flexão simples quanto para os perfis submetidos à compressão centrada. Por outro lado, é importante ressaltar que as equações apresentadas nesse trabalho permitem a aplicação da σ_{dist} no Método da Resistência Direta, que exige o valor da σ_{dist} no denominado modo “puro”.

Ainda assim, salienta-se a necessidade de maiores estudos sobre o efeito da interação modal envolvendo perfis cartola e utilizando a mesma metodologia empregada nesse trabalho, visto que as RNA treinadas para determinar σ_{dist} no estado “puro” apresentaram sensibilidade a este efeito.

As equações de σ_{dist} obtidas podem ser utilizadas na confecção de tabelas, com o uso de planilhas eletrônicas, para facilitar o dimensionamento de PFF com seção transversal cartola, ou incorporadas em programas de cálculo estrutural, não sendo necessário o uso de um programa de RNA. E, embora as equações para a tensão convencional de flambagem elástica por distorção não tenham um tamanho tão pequeno quanto se almejava, as mesmas são bastante menores e apresentam maior precisão dos resultados que outras equações sugeridas pela literatura, como é o caso das equações do Lau e Hancock (1987).

As restrições definidas nesta metodologia são tão importantes quanto as equações apresentadas, uma vez que as mesmas também são necessárias para a aplicação da RNA na obtenção de equações que auxiliem na determinação de variáveis de problemas de engenharia. As equações obtidas são válidas para todos os perfis cartola de uso estrutural, pois no treinamento das RNA foram utilizados somente perfis que atendem as especificações das normas para PFF com seção transversal cartola.

6 Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior e à FAPESB – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia, pelo apoio ao PPGECEA para o desenvolvimento desse trabalho e pela concessão das bolsas de mestrado.

7 Referências bibliográficas

- AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE. North American specification for the design of cold-formed steel structural members (**AISI-S100-12**). Washington, DC: AISI, 2012.
- ARAÚJO, T. M. A. **Redes neurais incorporadas a métodos numéricos para solução de problemas de engenharia estrutural**. 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2015.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14762**: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas de perfis formados a frio. Rio de Janeiro, 2010.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6355**: Perfis estruturais de aço formados a frio - Padronização. Rio de Janeiro, 2012.
- AUSTRALIAN / NEW ZEALAND STANDARD (2005). **AS/NZS 4600:2005**: Cold-formed steel structures. 2005.
- BSI. **Eurocode 3**. Design of steel structures — Part 1-3: Supplementary rules for cold-formed members and sheeting (BSEN1993-1-5:2006). Londres, 2012.
- CASAFRONT, M.; MARIMON, F.; PASTOR, M. Calculation of pure distortional elastic buckling loads of members subjected to compression via the finite element method. **Thin-walled Structures**, v. 47, p. 701-729, 2009.
- CASAFRONT, M; PASTOR, M. M.; ROURE, F.; PEKOZ, T. An experimental investigation of distortional buckling of steel storage rack columns. **Thin-walled Structures**, v. 49, p. 933-946, 2011.
- CHODRAUI, G. M. B. **Flambagem por distorção da seção transversal em perfis de aço formados à frio submetido à compressão centrada e à flexão**. 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2003.
- CHODRAUI, G. M. B. **Análise teórica e experimental de perfis de aços formados a frio submetidos à compressão**. 2006. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo/ São Carlos, São Carlos, 2006.
- DAVIES, J. M.; JIANG, C. Design of thin-walled columns for distortional buckling. **Coupled Instabilities in Metal Structures** (CIMS'96), v. 1, p.165-172, 1996.
- DIAS, J.; SILVESTRE, N. A neural network based closed-form solution for the distortional buckling of elliptical tubes. **Engineering Structures**, v. 3, p. 2015-2024, 2011.
- EL-KASSAS, E. M. A.; MACKIE, R. I.; EL-SHEIKH, A. I. Using Neural networks to predict the design load of cold-formed steel compression members. **Advances in Engineering Software**, v. 33, p. 713-719, 2002.
- EL-KASSAS, E. M. A.; MACKIE, R. I.; EL-SHEIKH, A. I. Using neural networks in cold-formed steel design. **Computers and Structures**, v. 79, p.1687-1696, 2001.
- HAGAN, M. T.; MENHAJ, M. B. Training feedforward networks with the Marquardt algorithm. **IEEE Transactions on Neural Networks**, v. 5, p. 989-993, 1994.
- HANCOCK, G. J. Design for distortional buckling of flexural members. **Thin-Walled Structures**, v. 27, p. 3–12, 1997.
- HECHT-NIELSEN, R. Theory backpropagation neural networks. *In*: INTERNATIONAL 1989 JOINT CONFERENCE ON NEURAL NETWORKS, 1989, Washington, DC. Institute of Electrical and Electronic Engineers (IEEE), 2002.
- LAU, S. C. W.; HANCOCK G. J. Inelastic buckling of channel columns in the distortional mode. **Thin Walled Structures**, v. 10, p. 59-84, 1990.

- LAU, S. C. W.; HANCOCK, G. J. Distortional buckling formulas for channel columns. **Journal of Structural Engineering**, v. 113, p. 1063–78, 1987.
- LU, W. **Neural network model for distortional buckling behaviour of cold formed steel compression members**. Ph.D. thesis. Helsinki University of Technology, 2000.
- MUKHERJEE, A.; DESHPANDE, J. M.; ANMALA, J. Prediction of buckling load using artificial neural networks. **Journal of Structural Engineering**, v. 122, p. 1385-1387, 1996.
- NAGAHAMA, K. J. **Análise de estabilidade local em perfis de seção aberta em aço e em resina reforçada com fibra de vidro**. 2003. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003.
- PINTO NETO, D. O. **Formulação para determinação da tensão de flambagem distorcional em perfis de aço formados a frio utilizando redes neurais artificiais**. 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2017.
- PINTO NETO, D. O.; NAGAHAMA, K. J.; GÁDEA, A. S. M. Determinação da tensão elástica de flambagem distorcional em perfis Z enrijecidos. **Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural**, v. 14, n. 3, p. 78-102, 2017.
- PALA, M. A new formulation for distortional buckling stress in cold-formed steel members. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 62, p. 716-722, 2006.
- PÉREZ, S. V. S. **Análise experimental da instabilidade distorcional em perfis de paredes finas e seção aberta sob força de compressão excêntrica**. 2003. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003.
- PIERIN; I. **A instabilidade de perfis formados a frio em situação de incêndio**. 2011. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.
- SCHAFER, B. W. Distortional buckling of cold-formed steel columns. Washington (DC): **Final Report to the American Iron and Steel Institute**, 2000.
- SCHAFER, B. W. **CUFSM 4.05** — Finite Strip buckling analysis of thin-walled members. Baltimore, U.S.A.: Department of Civil Engineering, Johns Hopkins University, (<http://www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm/>); 2012.
- SILVESTRE, N.; SIMÃO, P.; CAMOTIM, D.; SILVA, L. Aplicação da Teoria Generalizada de Vigas (GBT) à análise de estabilidade de perfis de aço enformados a frio. *In: ENCONTRO DE CONSTRUÇÃO METÁLICA E MISTA*, 3, 2001, Aveiro. Anais [...] Guimarães: Associação Portuguesa de Construção Metálica e Mista, 2001. p. 617-626.
- SILVESTRE, N.; CAMOTIM, D. Distortional buckling formulae for cold-formed steel C and Z-section members: Part I—Derivation. **Thin-Walled Structures**, v. 42, p. 1567–1597, 2004a.
- SILVESTRE, N.; CAMOTIM, D. Distortional buckling formulae for cold-formed steel C- and Z-section members: Part II — Validation and application. **Thin-Walled Structures**, v. 42, p. 1599–1629, 2004b.
- TAVARES, M. M.; MONTEIRO, F. C.; GONÇALVES, J. F. Ensaio de carga de perfil metálico formado a frio de seção cartola. *In: CONGRESSO LATINO-AMERICANO DA CONSTRUÇÃO METÁLICA*, 2016, São Paulo. Anais [...].
- TOHIDI, S.; SHARIFI, Y. Neural network for inelastic distortional buckling capacity assessment of steel I-beams. **Thin Walled Structures**, v. 94, p. 359-371, 2015.
- VAN DER MAAS, C. J. Charts for the calculation of the critical compressive stress for local instability of columns with hat sections. **Journal of the Aeronautical Sciences**, v. 21, p. 399–403, 1954.