

Tensões críticas de flambagem global de almas de vigas de aço enrijecidas longitudinalmente: uma abordagem numérica

José Osvaldo Ferreira Filho^{1*}, Hermes Carvalho¹, Ana Lydia Reis de Castro e Silva¹, Denise Aparecida Barbosa¹, Bernardo de Matos Silva Melo¹, Rodrigo Barreto Caldas¹

¹ Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, jf2004@hotmail.com, hermes@dees.ufmg.br, analydiarcs@gmail.com, denbarbosa@yahoo.com.br, bernardodematossilva@gmail.com caldas@dees.ufmg.br

Global critical buckling stresses of longitudinally stiffened webs of steel girders: a numerical approach

Resumo

A maioria dos procedimentos existentes para a determinação das tensões críticas de flambagem global de chapas enrijecidas apresentam metodologia simples e prática, porém restrita a geometrias específicas. Sendo assim, este trabalho apresenta o estudo sobre a estabilidade de chapas no domínio elástico através de uma abordagem mais abrangente, o que amplia a sua possibilidade de uso. Para isso, uma metodologia numérica foi desenvolvida e validada com resultados encontrados na literatura. Na sequência, um estudo paramétrico foi realizado para a obtenção das tensões críticas de flambagem global devido à flexão e ao cisalhamento puro para chapas de almas reforçadas por um e dois enrijecedores longitudinais com diferentes espessuras. Por fim, apresentou-se uma comparação entre os resultados numéricos e os obtidos por meio da norma EN1993-1-5:2006 e do programa EBPlate 2.01.

Palavras-chave: Instabilidade global; Vigas Esbeltas; Painéis enrijecidos; EN 1993-1-5; EBPlate.

Abstract

Despite the existence of practical procedures to obtain global critical buckling stresses of stiffened plates, most part of them is limited to specific cases of geometry. Therefore, this work aimed to study the elastic buckling behavior of plated structures by a comprehensive approach, which can be extended to different geometry cases. In this sense, a numerical model was built and validated with numerical results found in the literature. Thus, a parametric study was performed and the global critical buckling stresses of web panels stiffened by one and two longitudinal stiffeners with different thicknesses were determined. Finally, the numerical results were compared to the results provided by EN1993-1-5:2006 code and EBPlate 2.01 program.

Keywords: Global buckling; Slender steel girders; Stiffened web panels; EN 1993-1-5; EBPlate.

* autor correspondente

1 Introdução

Comumente, chapas de elevada esbelteza são utilizadas na composição da alma de vigas de aço, o que confere otimização ao projeto estrutural, mas também pode ocasionar fenômenos relacionados à instabilidade. Como solução, essas chapas podem ser reforçadas com enrijecedores longitudinais, assegurando maior estabilidade e permitindo menores espessuras de alma (FERREIRA FILHO, 2019).

Para a verificação de uma chapa, conforme modelos de cálculo previstos em normatizações, como a EN1993-1-5:2006, a determinação da tensão crítica de flambagem global é necessária. A partir desta tensão, considera-se que uma chapa sob condições ideais, ou seja, sem imperfeições e sob comportamento elástico, torna-se instável (BARBOSA *et al.*, 2019a; BARBOSA *et al.*, 2019b). Salienta-se que a flambagem elástica global aqui referida não está relacionada à instabilidade global da viga e se trata de uma instabilidade de todo o painel da alma, incluindo os enrijecedores (Figura 1).

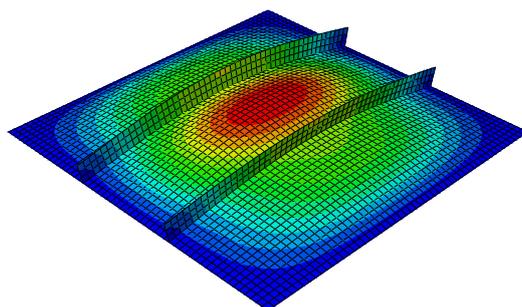


Figura 1 – Representação numérica da flambagem elástica global

Além de normatizações, existem outros procedimentos para determinar as tensões críticas de flambagem global. No trabalho de Barbosa *et al.* (2019a), por exemplo, foram comparados os resultados obtidos através do programa computacional EBPlate 2.01 com as formulações presentes na EN1993-1-5:2006. Como conclusão os autores apontaram o modelo analítico presente na norma como conservador frente à simulação computacional do EBPlate 2.01. Contudo, o programa EBPlate é restrito a geometrias pouco elaboradas nas quais o comprimento, largura e espessura das chapas são sempre constantes. Assim, para uma análise mais abrangente, capaz de representar geometrias mais complexas, a aplicação do Método dos Elementos Finitos (MEF) pode ser utilizada (FERREIRA FILHO, 2019).

Com isso, o objetivo deste trabalho é apresentar uma metodologia numérica capaz de reproduzir a instabilidade elástica global de chapas esbeltas que constituem a alma de vigas de aço enrijecidas longitudinalmente submetidas, isoladamente, à flexão e ao cisalhamento. Por fim, os resultados obtidos são comparados aos resultados da norma EN1993-1-5:2006 e do programa computacional EBPlate 2.01.

2 Procedimentos para avaliação da flambagem elástica global

2.1 Norma europeia EN1993-1-5:2006

2.1.1 Cálculo das tensões críticas de flambagem global devido à flexão

No modelo analítico da norma EN1993-1-5:2006, duas instabilidades devem ser consideradas para a verificação da capacidade resistente de chapas enrijecidas: o comportamento Tipo Placa e o comportamento Tipo Pilar. Na análise do comportamento Tipo Placa é realizado o cálculo da tensão crítica de flambagem elástica para o comportamento Tipo Placa, $\sigma_{cr,p}$, conhecida como tensão crítica de flambagem global. Esta tensão está relacionada ao modo de flambagem Tipo Placa, caracterizado pelos deslocamentos da chapa na direção perpendicular ao plano da chapa.

De acordo com Beg *et al.* (2010), o Comportamento Tipo Placa geralmente é visualizado em chapas cuja razão entre o comprimento, a , e a largura, b , conhecida como razão de aspecto, α , é maior ou igual a 1. Nestes casos, as chapas apresentam resistência pós-crítica considerável e mantêm o comportamento bidimensional característico de chapas, ou seja, verifica-se a presença de curvaturas nas direções longitudinais e transversais. Contudo, quando α é menor que 1, a resistência pós-crítica decresce, uma vez que a chapa passa a se comportar de modo unidimensional, caracterizando o Comportamento Tipo Pilar.

Na EN1993-1-5:2006, o cálculo da tensão crítica de flambagem global, $\sigma_{cr,p}$, se dá apenas para casos de chapas com um e dois enrijecedores longitudinais na zona comprimida (com a possibilidade de outros na parte tracionada) e para chapas uniformemente comprimidas com no mínimo três enrijecedores longitudinais iguais e igualmente espaçados.

Em situações de chapas com um enrijecedor, a tensão crítica de flambagem global, $\sigma_{cr,p}$, é obtida a partir da consideração de que a chapa enrijecida trabalha como um pilar

equivalente restringido por um apoio contínuo elástico. Sendo assim, determina-se primeiramente a tensão crítica de flambagem elástica do pilar equivalente, $\sigma_{cr,sl}$, a partir da Equação (2.1). Logo após, calcula-se $\sigma_{cr,p}$, extrapolando $\sigma_{cr,sl}$ da posição do enrijecedor até a borda mais comprimida da chapa, por meio da Equação (2.2).

$$\sigma_{cr,sl} = \begin{cases} \frac{1,05E \sqrt{I_{sl,1}} t^3 b}{A_{sl,1} b_1 b_2} & \text{se } a \geq a_c \\ \frac{\pi^2 E I_{sl,1}}{A_{sl,1} a^2} + \frac{E t^3 b a^2}{4\pi^2 (1 - \nu^2) A_{sl,1} b_1^2 b_2^2} & \text{se } a < a_c \end{cases} \quad (2.1)$$

Onde: $A_{sl,1}$ é a área bruta do pilar equivalente; $I_{sl,1}$ é o momento de inércia da seção bruta do pilar equivalente, em torno de um eixo centroidal e paralelo ao plano da placa; b_1 é a distância entre o enrijecedor e a borda superior da chapa; b_2 é a distância entre o enrijecedor e a borda inferior da chapa; b é a soma de b_1 e b_2 ; t é a espessura da chapa; a_c é o comprimento de flambagem e a é o comprimento do painel (Figura 2).

$$\sigma_{cr,p} = \frac{b_c}{b_{c2}} \sigma_{cr,sl} \quad (2.2)$$

Onde: b_c e b_{c2} são, respectivamente, as distâncias da borda mais comprimida e do enrijecedor até a linha neutra (Figura 2).

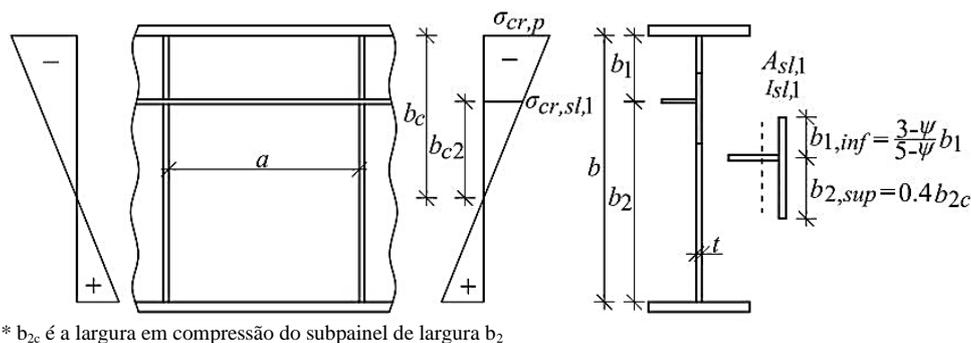


Figura 2 – Alma reforçada por um enrijecedor na região comprimida (adaptado de Beg *et al.*, 2010)

Para casos com dois enrijecedores, o procedimento descrito pode ser utilizado, porém deve ser avaliado conforme as descrições a seguir e escolhido o menor entre os três valores de tensão crítica obtidos.

- hipótese I: o enrijecedor I é considerado um pilar fictício, sendo a chapa seu suporte elástico contínuo e o enrijecedor II, um apoio rígido;

- hipótese II: o enrijecedor II exerce a função de pilar fictício, a chapa tem o papel de suporte elástico contínuo e, desta vez, o enrijecedor I assume a função de apoio rígido;
- Hipótese III: considera-se um único enrijecedor equivalente aos enrijecedores I e II. Sendo assim, é possível simular a flambagem com a atuação simultânea de ambos enrijecedores na chapa. A posição do enrijecedor equivalente é adotada no ponto de aplicação da resultante das tensões às quais os enrijecedores I e II estão submetidos, sendo encontrada através da Equação (2.3).

$$b_1^{I+II} = \frac{A_{sl,2} b_{c,2}}{A_{sl,1} b_{c,1} + A_{sl,2} b_{c,2}} b_2^I + b_1^I \quad (2.3)$$

Onde: $A_{sl,1}$ e $A_{sl,2}$ são as áreas das seções dos enrijecedores I e II; $b_{c,1}$ e $b_{c,2}$ são as distâncias da linha neutra até os enrijecedores I e II; b_1^I e b_2^I são as posições dos enrijecedores I e II (Figura 3).

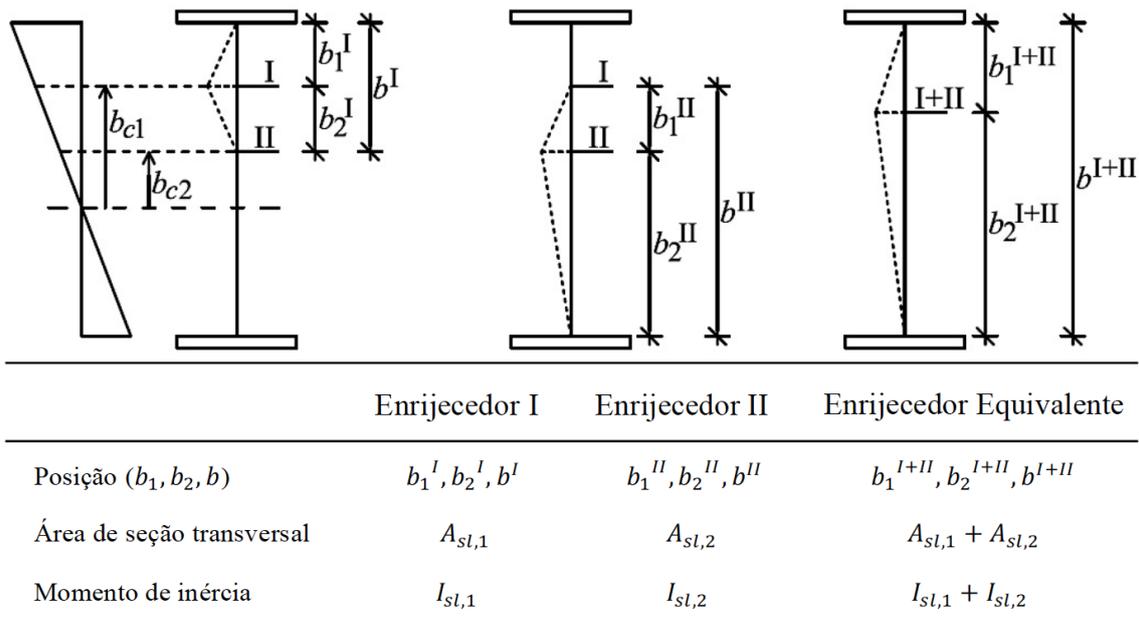


Figura 3 – Alma enrijecida por dois enrijecedores na região comprimida (adaptado de Beg *et al.*, 2010)

2.1.2 Cálculo de tensões críticas de flambagem global devido ao cisalhamento

As tensões críticas devido ao cisalhamento, τ_{cr} , são obtidas através do produto entre o coeficiente de flambagem, k_τ , e a tensão de referência, σ_E , definida como a tensão de flambagem de Euler com a rigidez à flexão de barra substituída pela rigidez de chapa.

Para chapas com um ou dois enrijecedores longitudinais e razão de aspecto α menor que 3, a Equação (2.4) deve ser utilizada:

$$k_{\tau} = 4,1 + \frac{6,3 + 0,18 \left(\frac{I_{sl}}{t^3 \cdot b} \right)}{\alpha^2} + 2,2 \sqrt[3]{\frac{I_{sl}}{t^3 b}} \quad (2.4)$$

Onde: I_{sl} é o momento de inércia relacionado à flambagem perpendicular ao plano da chapa.

2.2 Programa computacional *Elastic Buckling of Plates* (EBPlate 2.01)

No programa computacional EBPlate 2.01, um fator crítico de flambagem, ϕ_{cr} é calculado e aplicado às tensões solicitantes, sendo o resultado deste produto igual ao valor da tensão crítica de flambagem elástica. De acordo com Gálea e Martin (2006), o cálculo deste fator se dá por meio de uma solução aproximada usando o método semianalítico de Rayleigh-Ritz (Método da Energia). Como resultado, o programa também disponibiliza os modos de flambagem associados aos valores dos fatores críticos (coeficientes de flambagem) e de tensões críticas de flambagem elástica.

2.3 Método dos Elementos Finitos (MEF)

Nas últimas décadas, a análise de instabilidade elástica ganhou uma nova abordagem que permitiu com que estudos aprofundados fossem desenvolvidos. Nos trabalhos de Martins *et al.* (2013) e Ljubinković (2019), por exemplo, o MEF foi utilizado com o intuito de investigar o comportamento elástico de painéis esbeltos cilindricamente curvos, o que não seria possível por meio de normatizações que se limitam ao estudo de chapas planas como, por exemplo, a EN1993-1-5:2006.

A análise via MEF é recomendada, inclusive, pelas próprias normas de dimensionamento de estruturas. A norma europeia EN1993-1-5:2006 apresenta o anexo C destinado somente a recomendações sobre a utilização de elementos finitos na análise de chapas de aço, destacando sua importância, principalmente, em casos nos quais os elementos apresentam aberturas ou não são uniformes. Assim, no anexo C, são propostas diferentes análises para vários tipos de problemas. Entre essas, destacam-se as análises de flambagem elástica e de capacidade resistente.

A análise de flambagem por meio do MEF pode ser realizada, simplificada, a partir de um estudo elástico linear. Para tanto, o comportamento do material deve ser linearizado, o comportamento geométrico é definido como linear e as imperfeições não são introduzidas. Sobre a análise linearizada de estabilidade via MEF, uma explicação detalhada pode ser encontrada no trabalho de Castro e Silva (2006).

Em geral, nos programas baseados no MEF, como por exemplo o ABAQUS (SIMULIA, 2014), problemas de instabilidade são tratados como perturbações lineares, nas quais autovalores e modos de flambagem são obtidos. Semelhante ao fator crítico do EBPlate 2.01, ϕ_{cr} , o autovalor (*eigenvalue*) é um multiplicador de força aplicada na determinação das tensões críticas. Nessas análises devem ser fornecidos os valores do módulo de elasticidade, E , e do coeficiente de Poisson, ν .

3 Metodologia

Um modelo numérico foi elaborado para o estudo do comportamento de flambagem global de chapas reforçadas por um e dois enrijecedores longitudinais, sendo utilizado o programa de elementos finitos ABAQUS 6.14. Para justificar sua consistência, resultados obtidos por meio do modelo foram confrontados com resultados presentes na literatura. A partir do modelo validado, um estudo paramétrico foi desenvolvido com base em diferentes espessuras de chapas, usuais em projetos de vigas de aço. Por fim, resultados numéricos de tensões críticas de flambagem global foram determinados e comparados aos resultados provenientes do modelo de cálculo da EN1993-1-5:2006 e das simulações no EBPlate 2.01.

3.1 Modelo Numérico

3.1.1 Carregamento e condições de contorno

Como nos trabalhos de Kövesdi (2019a), Kövesdi (2019b) e Martin *et al.* (2019) já foi realizada a análise numérica da instabilidade global de chapas enrijecidas submetidas à compressão uniforme, neste trabalho foram avaliadas chapas submetidas, isoladamente, à flexão e ao cisalhamento.

Para reproduzir as tensões normais devido à flexão, forças concentradas equivalentes foram aplicadas aos nós dos elementos finitos das bordas verticais das chapas. Para

simular o cisalhamento, foram aplicadas forças uniformemente distribuídas ao longo das bordas verticais e horizontais. Na Figura 4, é ilustrada a simulação das tensões solicitantes em uma chapa, respectivamente, através de forças concentradas e distribuídas, conforme considerado neste trabalho, porém de forma isolada para cada um dos carregamentos.

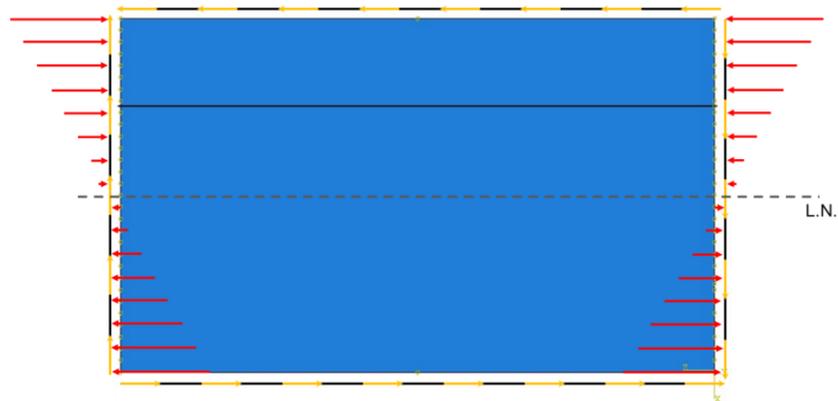


Figura 4 – Aplicação dos carregamentos no modelo numérico

Além disso, as chapas foram consideradas como chapas simplesmente apoiadas. Conforme Paíke (2018), somente a presença deste vínculo não é comum, já que as bordas dos painéis são geralmente engastadas porque ficam ligadas a outras chapas de alma ou mesa. Entretanto, esta consideração é sugerida e utilizada na literatura (Beg *et al.* (2010), Martins *et al.* (2013) e Ljubinković (2019)) por priorizar uma análise a favor da segurança e ser coerente com o modelo analítico presente na EN1993-1-5:2006.

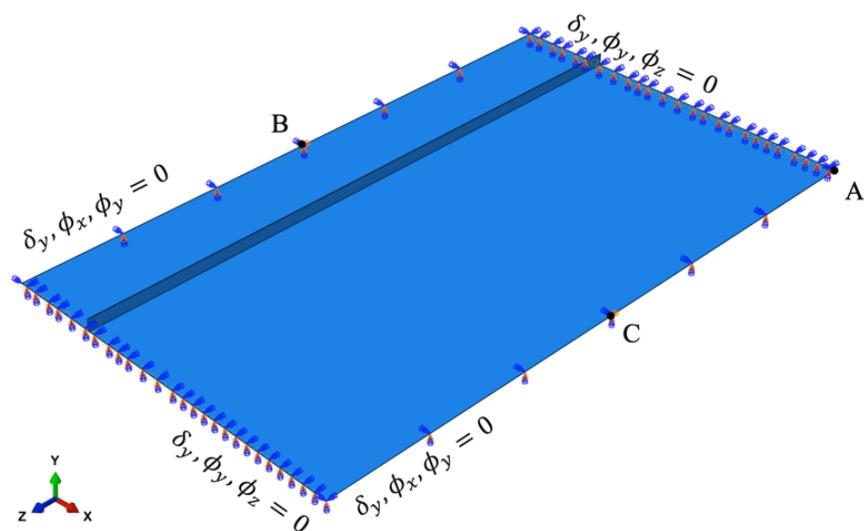


Figura 5 – Condições de contorno adotadas para a chapa simplesmente apoiada

Na Figura 5, as restrições necessárias para simular as chapas simplesmente apoiadas são apresentadas. Percebe-se que o deslocamento em x foi restringido no ponto A, o deslocamento em y, em todas as bordas e o deslocamento em z, nos pontos B e C. Rotações em x foram restringidas somente nas bordas longitudinais, rotações em y, em todas as bordas e rotações em z, apenas nas bordas transversais.

3.1.2 Elementos finitos e discretização da malha

Silva e Gervário (2007) e Beg *et al.* (2010) discorrem que, dentre os elementos finitos que constam na biblioteca de programas computacionais, o uso dos elementos de casca é opção vantajosa. Portanto, foram testados três tipos de elementos de casca para a determinação da melhor opção à reprodução do comportamento das chapas retangulares:

- a) S4: elemento de casca de quatro nós (aproximação linear) e integração completa, a partir de quatro pontos de integração;
- b) S4R: elemento de casca de quatro nós (aproximação linear) e integração reduzida, a partir de somente um ponto de integração;
- c) S8R: elemento de casca de oito nós (aproximação quadrática) e integração reduzida, a partir de quatro pontos de integração.

A partir de então, chapas enrijecidas com 1 e 2 enrijecedores foram modeladas, sendo aplicados carregamentos uniformemente distribuídos ao longo de suas bordas transversais, alterando-se apenas o tipo de elemento finito. Desta maneira, respostas de tensões críticas de flambagem elástica global foram obtidas. Observou-se que os resultados referentes à malha constituída pelos elementos lineares S4 e S4R apresentavam-se inferiores aos da malha formada pelo elemento com aproximação quadrática S8R. Os desvios alcançados chegaram a 11%. Além disso, quando comparadas às análises realizadas no EBPlate 2.01 para chapas de mesmas dimensões, vínculos e carregamentos, os resultados obtidos por meio da aplicação do S8R distavam-se significativamente. Isso pode ser justificado pelo fato de que este elemento é recomendado apenas para casos de estruturas espessas, apesar de ser capaz de representar a geometria em questão (SIMULIA, 2014).

Por fim, optou-se pela utilização do elemento S4R uma vez que este apresentou melhores resultados, se comparado ao elemento quadrático S8R, e custo computacional inferior que o elemento linear com integração completa S4.

Após análises para a determinação do elemento, testes de sensibilidade de malha foram realizados a fim de definir suas dimensões. Foram considerados elementos quadrados de lados iguais a 12,5, 25, 50 e 100 mm (Figura 6). Por fim, a malha foi discretizada a partir de elementos com lados de tamanho igual a 50 mm, já que não houve diferenças expressivas entre os autovalores desta malha e das malhas mais refinadas e o tempo de processamento foi significativamente inferior.

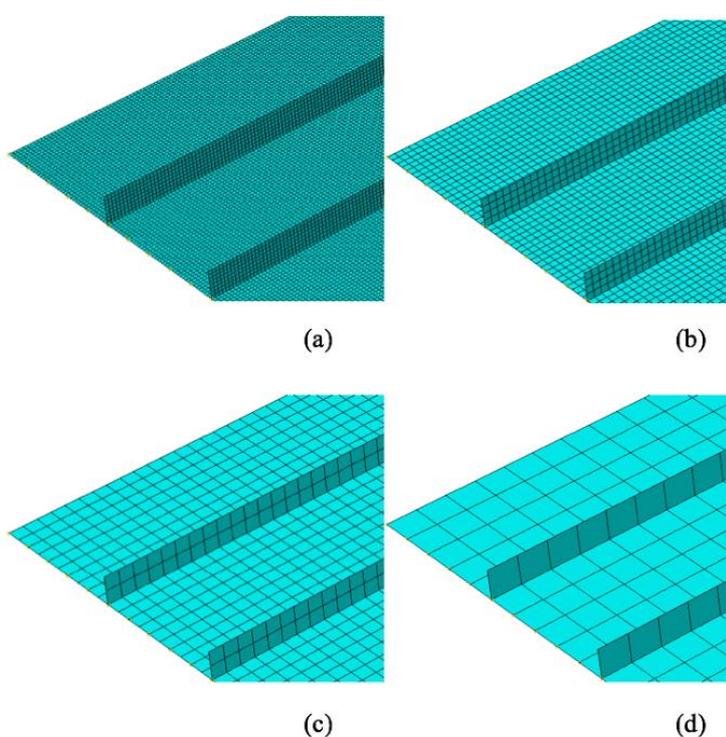


Figura 6 – Testes de malha em uma chapa discretizada a partir de elementos finitos de lados quadraticulares iguais a (a) 12,5 (b), 25 (c), 50 e (d) 100 mm.

3.2 Validação do modelo numérico

Na sequência, o modelo numérico foi validado a partir dos estudos de Alinia (2005), Maiorana *et al.* (2011) e Vu *et al.* (2019). Resultados numéricos obtidos para chapas sem e com um enrijecedor longitudinal submetidas somente à flexão foram comparados aos resultados de Vu *et al.* (2019) e são apresentados na Tabela 1, na qual h_s e t_s são, respectivamente, altura e largura do enrijecedor, d é a distância do enrijecedor em relação à fibra mais comprimida e k é o coeficiente de flambagem devido à flexão.

Além disso, resultados numéricos de chapas submetidas ao cisalhamento puro foram comparados aos resultados de Alinia (2005), para casos sem enrijecedores (Tabela 2), e de Maiorana et al. (2011), para casos com um enrijecedor longitudinal na região central da chapa, cuja razão de aspecto é igual a 1 (Figura 7).

Tabela 1 - Resultados de coeficientes de flambagem por meio do modelo numérico, k , e determinados por Vu et al. (2019), k_{Vu} , para chapas submetidas à flexão pura

α	a (mm)	b (mm)	t (mm)	h_s (mm)	t_s (mm)	d (mm)	k	k_{Vu}	$\frac{k}{k_{Vu}}$
1,0	1000	1000	3,0	-	-	-	25,58	25,65	0,997
1,0	1000	1000	3,0	35	5,0	200	148,97	152,63	0,973
1,0	1000	1000	3,0	40	5,0	202	149,93	154,08	0,976
1,5	1500	1000	3,0	45	5,0	200	153,72	157,90	0,974
2,0	2000	1000	3,0	50	5,0	200	155,46	160,14	0,971

Tabela 2 - Resultados de tensão crítica devido ao cisalhamento por meio do modelo numérico numéricos, τ_{cr} , e determinados por Alinia (2005), $\tau_{cr,Alinia}$, para chapas sem enrijecedores submetidas ao cisalhamento puro

α	a (mm)	b (mm)	t_w (mm)	τ_{cr} (MPa)	$\tau_{cr,Alinia}$ (MPa)	$\frac{\tau_{cr}}{\tau_{cr,Alinia}}$
1,0	2000	2000	10,0	43,43	43,34	1,002
2,0	3000	1500	10,0	54,24	54,10	1,003
2,0	4000	2000	10,0	30,49	30,34	1,005
3,0	6000	2000	10,0	27,24	27,12	1,004
10,0	10000	1000	6,0	36,42	35,87	1,015

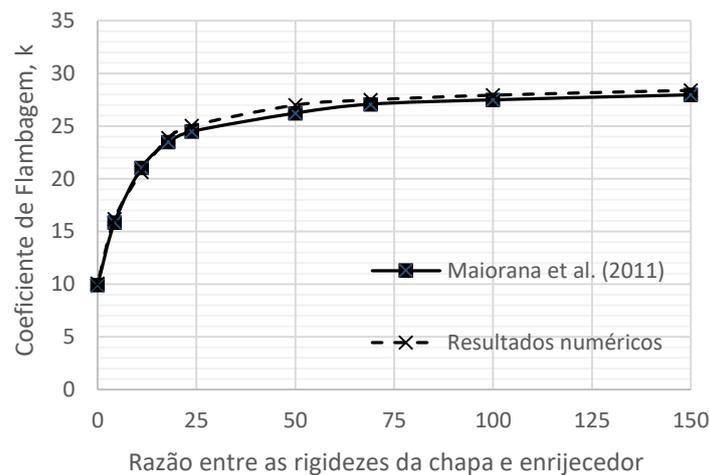


Figura 7 - Resultados numéricos e valores determinados por Maiorana et al. (2011) para chapas com um enrijecedor submetidas ao cisalhamento puro

Para possibilitar a comparação, os valores definidos para o módulo de elasticidade do aço, E , e o coeficiente de Poisson, ν , foram iguais aos utilizados pelos autores, ou seja, 210 GPa e 0,3, respectivamente. Por fim, observando as razões entre os resultados numéricos obtidos e os resultados encontrados na literatura, mostradas nas últimas colunas das Tabelas 1 e 2, conclui-se que o modelo numérico desenvolvido representa de maneira adequada a flambagem elástica sob solicitações de flexão e cisalhamento, com diferenças de no máximo 3%.

3.3 Estudo paramétrico

A partir do modelo numérico validado, desenvolveu-se um estudo paramétrico para diferentes espessuras de chapa. Para isso, foram consideradas almas de vigas de aço enrijecidas longitudinalmente, com as seguintes especificações (Figura 8):

- painéis retangulares com espessura uniforme ao longo de toda seção;
- enrijecedores longitudinais com seção transversal aberta (retangular sólida);
- comprimento do painel, a , igual a 5000 mm;
- largura do painel, b , igual a 3000 mm;
- altura do enrijecedor, h_s , igual a 100 mm;
- espessura do enrijecedores, t_s , igual a 12,5 mm;
- comprimento do enrijecedor igual ao comprimento do painel;

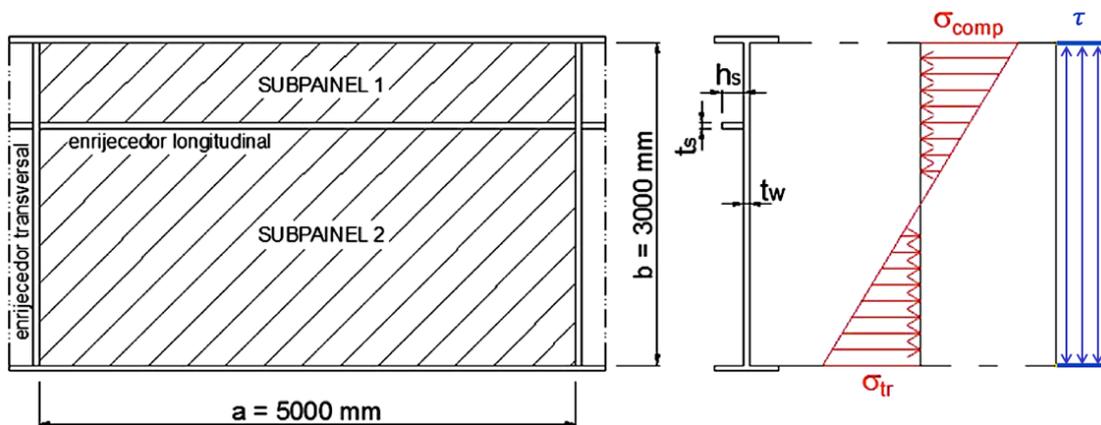


Figura 8 – Geometria e carregamento das chapas estudadas

Além disso, quanto à quantidade e posição dos enrijecedores, foram adotados um ou dois enrijecedores alocados na zona de compressão. Para painéis com um enrijecedor, esse foi posicionado a uma distância igual a $b/4$ da borda longitudinal superior da

chapa. Para painéis com dois enrijecedores, o primeiro foi alocado a uma distância igual a $b/6$ da borda longitudinal superior e o segundo, a uma distância $b/6$ do primeiro.

Estas especificações foram definidas com o objetivo de atender geometrias de seções cujo o dimensionamento também é previsto nos procedimentos da EN1993-1-5:2006 e do EBPlate 2.01, possibilitando a comparação dos resultados. Percebe-se também que a razão de aspecto, α , foi propositalmente escolhida maior do que 1. Isso se deve ao fato de que o objetivo do trabalho é estudar a flambagem elástica relacionada ao Comportamento Tipo Placa, ou seja, a flambagem global.

O estudo paramétrico incluiu 14 diferentes espessuras de chapas. Essas espessuras foram escolhidas de modo a avaliar o efeito da rigidez à flexão relativa e ótima dos enrijecedores, ou seja, avaliar a influência na tensão crítica de flambagem global para casos nos quais o enrijecedor é considerado rígido ou flexível em relação à chapa.

Como se sabe, o valor de rigidez à flexão relativa do enrijecedor em relação à chapa, γ , é obtido a partir da razão entre o momento de inércia do eixo menos resistente da chapa enrijecida e o momento de inércia do eixo menos resistente da chapa isolada sem enrijecedores. O mínimo valor de γ responsável por garantir rigidez suficiente ao enrijecedor, a ponto de induzir que este permaneça indeslocável e não flexione fora do plano junto à placa, é denominado rigidez ótima, γ^* . Sendo assim, para casos nos quais $\gamma \leq \gamma^*$, o enrijecedor é considerado flexível, induzindo que o primeiro modo de flambagem da chapa seja o global (SKALLOUD, 1983).

As espessuras de chapa, t_w , são apresentadas na Tabela 3, juntamente com as respectivas rigidezes à flexão relativa e ótima dos enrijecedores. Observa-se que, a partir da espessura de 8,6 mm, o enrijecedor começa a se comportar como flexível em relação ao painel ($\gamma < \gamma^*$).

Na sequência, para executar a análise de flambagem elástica, foram considerados os valores de módulo de elasticidade do aço, E , igual a 200 GPa e coeficiente de Poisson, ν , igual a 0,3. Então, as chapas foram submetidas à distribuição de tensão normal linear com a razão entre as tensões máximas de compressão e tração, ψ , igual a -1 e, separadamente, ao cisalhamento uniforme (Figura 8).

Tabela 3 – Espessura das chapas e rigidezes relativa e ótima dos enrijecedores

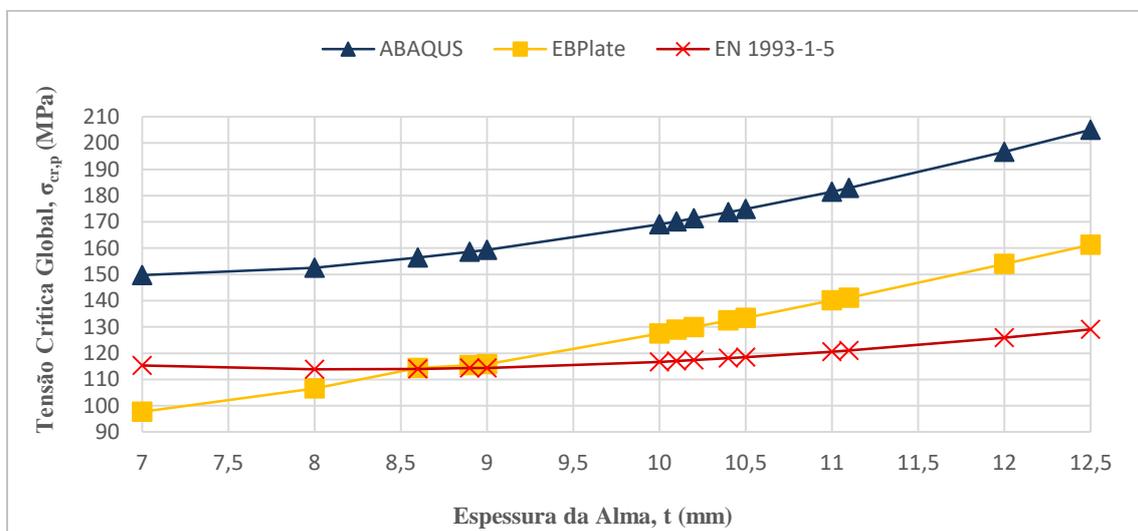
t_w (mm)	γ	γ^*
7	42,0	26,0
8	29,1	24,8
8,6	23,9	24,2
8,9	21,8	23,9
9	21,1	23,8
10	15,9	23,1
10,1	15,4	23,0
10,2	15,0	23,0
10,4	14,3	22,8
10,5	13,9	22,8
11	12,3	22,5
11,1	12,0	22,4
12	9,7	22,0
12,5	8,7	21,7

4 Resultados e discussão

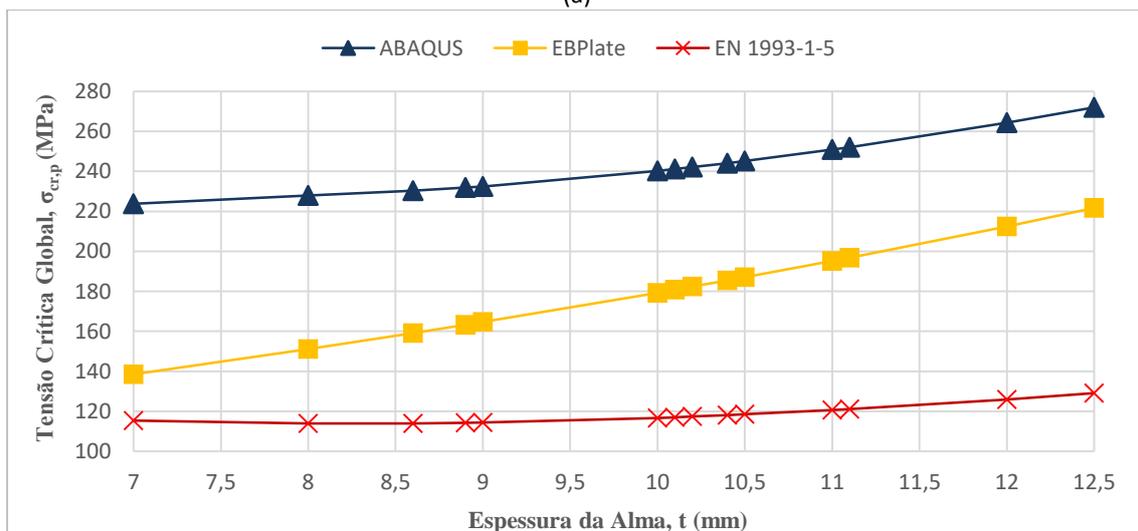
Os valores numéricos de tensão crítica global devido à flexão e ao cisalhamento para chapas reforçadas por um enrijecedor são apresentados nas Figuras 9 (a) e 10 (a). Também são exibidas as respostas obtidas a partir da norma europeia e do EBPlate.

Em relação às chapas submetidas à flexão (Figura 9.a), a partir dos resultados numéricos e do EBPlate 2.01, verifica-se que as tensões críticas globais são maiores à medida que a espessura da chapa aumenta, o que era esperado uma vez que o aumento da resistência à flambagem é proporcionado quando chapas são dimensionadas com espessuras superiores. Contudo, verifica-se que a EN1993-1-5:2006 não contabiliza significativamente os efeitos da diminuição da esbeltez. Existe até mesmo uma queda de tensão crítica global, entre as espessuras de 7 a 8,6 mm. Para espessuras superiores a essas, o aumento também não é significativo. Observa-se que a curva apresentada pela norma é praticamente constante, sendo que as diferenças de tensão entre a primeira e a última espessura são de apenas 10%. Conclui-se que, à medida que a espessura da chapa foi aumentando, o enrijecedor foi se tornando flexível (Tabela 3), facilitando a ocorrência da flambagem global, sendo assim, mesmo com maiores espessuras, isto foi justificativa para que os resultados de tensões críticas da norma não aumentassem consideravelmente. Portanto, observa-se que o modelo analítico da

EN1993-1-5:2006 prioriza situações nas quais os enrijecedores são dimensionados de modo a atender à rigidez ótima, sendo na prática a situação de projeto mais econômica. As diferenças entre os resultados analíticos e os numéricos chegam a 37%, para casos nos quais o enrijecedor é considerado flexível em relação à chapa. As menores diferenças são encontradas justamente quando os enrijecedores são rígidos e as chapas mais esbeltas, sendo de 22%. Em outra direção, as respostas obtidas pelo EBPlate 2.01, para casos com enrijecedores rígidos, são as que mais se desviam das aproximações numéricas e, à medida que o enrijecedor vai ser mais tornando flexível, verificam-se as menores diferenças.

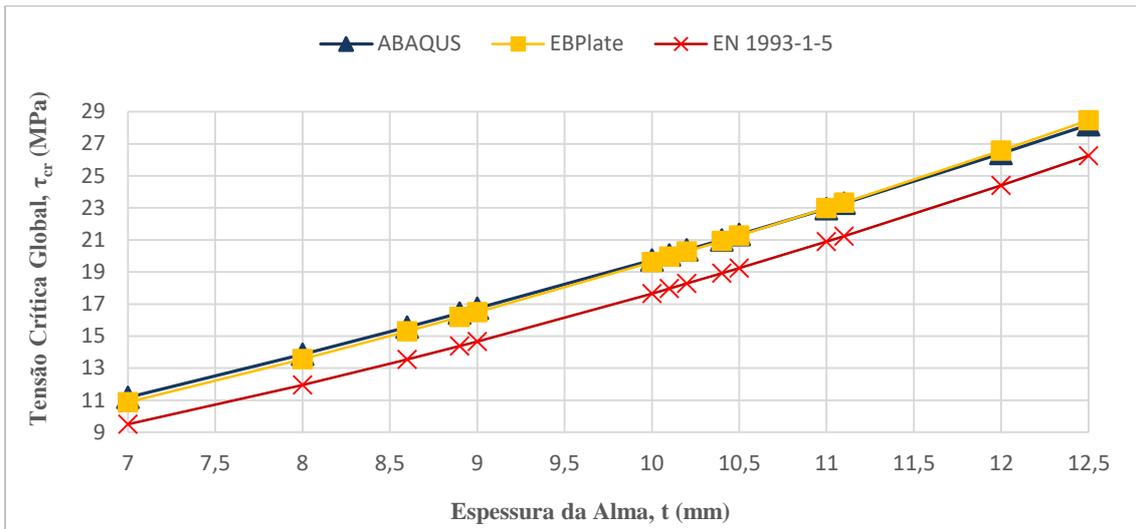


(a)

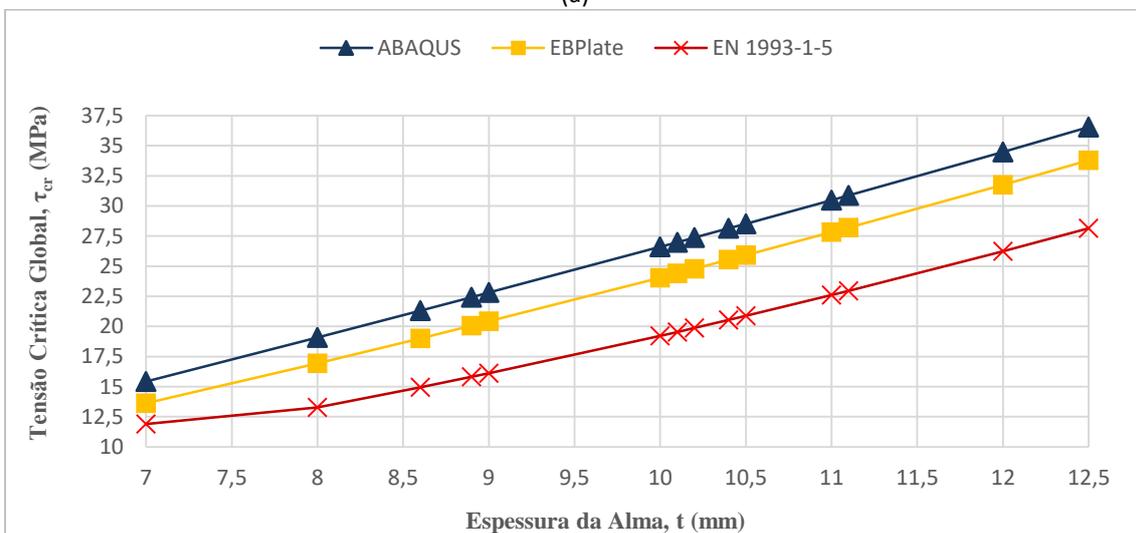


(b)

Figura 9 – Tensões críticas de flambagem global devido à flexão para almas com (a) um único enrijecedor longitudinal e (b) com dois enrijecedores



(a)



(b)

Figura 10 – Tensões críticas devido ao cisalhamento para almas com (a) um único enrijecedor longitudinal e (b) e com dois enrijecedores

Em relação às tensões críticas devido ao cisalhamento, desvios significativos não são encontrados para chapas reforçadas por um enrijecedor. O modelo analítico da norma fornece resultados próximos aos obtidos pelo ABAQUS 6.14 e EBPlate 2.01, como pode ser observado na Figura 10 (a). Entre as respostas do modelo numérico e do programa semianalítico, as diferenças são ainda menores, variando entre 0,1% e 2,7%.

Para chapas com dois enrijecedores, os resultados são apresentados nas Figuras 9 (b) e 10 (b). Nestes casos, a metodologia da EN 1993-1-5:2006 apresenta resultados conservadores, a ponto de praticamente ignorar a adição do segundo enrijecedor na chapa (tanto para chapas submetidas à flexão, quanto para aquelas sujeitas ao cisalhamento). Como visualizado na Figura 11, pouca ou nenhuma resistência adicional

à flambagem global é verificada quando se adota o segundo enrijecedor na chapa. Os valores de tensão crítica chegam a ser inferiores àqueles de chapas com as mesmas dimensões e somente um enrijecedor (espessuras de 12 e 12,5 mm). Quando há ganho de resistência, os acréscimos não chegam a 7%, diminuindo à medida que os enrijecedores vão se tornando mais flexíveis.

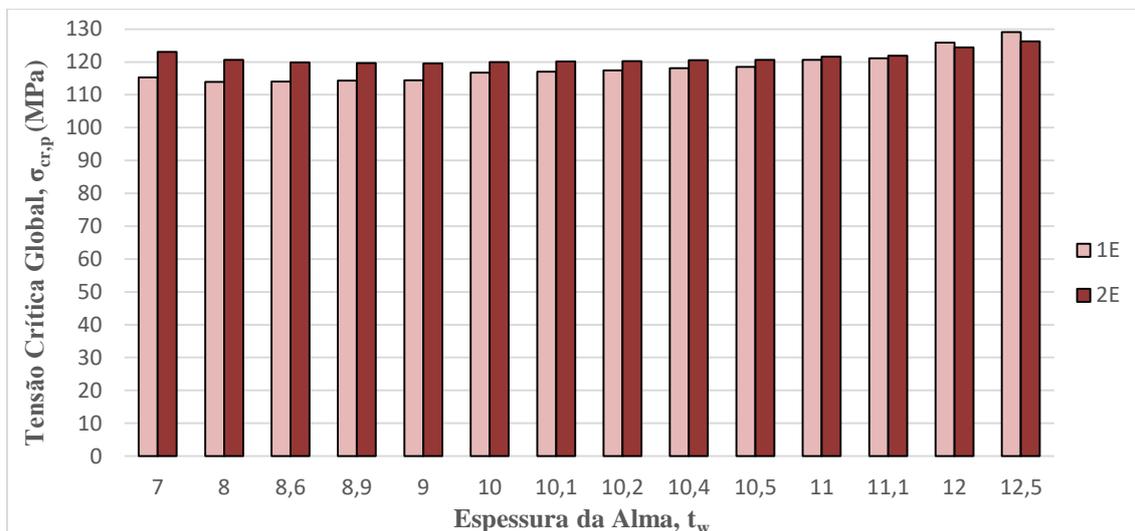


Figura 11 – Comparação entre tensões críticas de flambagem global devido à flexão de chapas com um e dois enrijecedores calculadas por meio da norma EN 1993-1-5:2006

Ao contrário da norma, o modelo numérico computa a influência da adição de mais um enrijecedor à chapa. Quanto às chapas submetidas à flexão, o ganho de resistência à flambagem apresenta-se acima dos 32% para todas as espessuras de chapa analisadas. Para chapas sob cisalhamento, os acréscimos são todos superiores a 30%. O programa computacional EBPlate 2.01 também contabiliza o ganho de resistência com a presença do segundo enrijecedor, porém de modo menos expressivo.

A maior proximidade entre as respostas provenientes do modelo numérico e do EBPlate 2.01, apresentando inclusive os modos de flambagem em ordem similar, possivelmente, é justificada pelo processo de validação comportamental do programa computacional, no qual as considerações para os tipos de condições de contorno do programa foram validadas frente a respostas obtidas pelo programa ANSYS 6.1. Contudo, diferenças consideráveis também são perceptíveis. Na Figura 12, por exemplo, a diferença entre os autovalores para a flambagem global devido à flexão é igual a 21,3%, mesmo demonstrando correspondência quanto ao primeiro modo de flambagem. Valores

inferiores para o EBPlate frente às aproximações numéricas explicam-se pelo fato de que a validação dos resultados do EBPlate foi realizada a partir da comparação com as respostas teóricas dos gráficos e tabelas desenvolvidos por Klöppel e Scheer (1960) e Klöppel e Möller (1968), abordagens estas antigas e mais conservadoras.

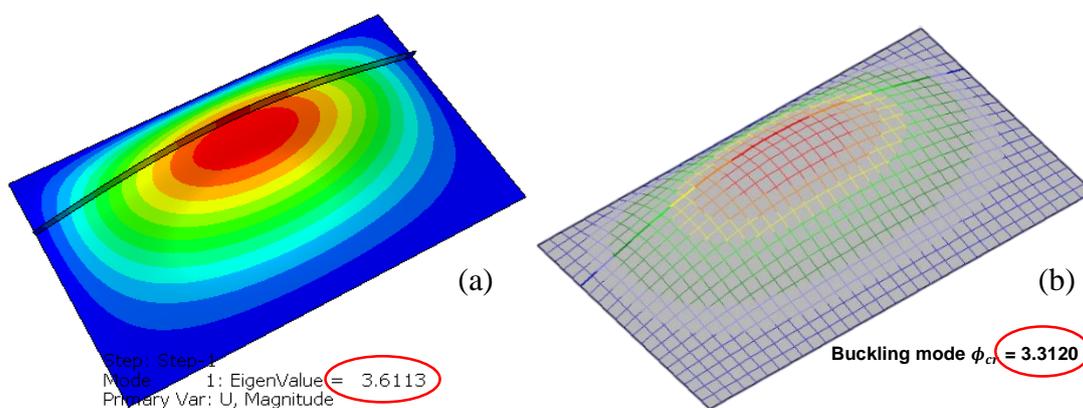


Figura 12 – Modo de flambagem global obtido pelo (a) modelo numérico e (b) EBPlate a partir de análises de flambagem das placas submetidas à flexão

Em geral, os resultados da metodologia numérica foram superiores aos valores obtidos pelas demais metodologias. A metodologia ora proposta consegue captar a influência da rigidez à torção do enrijecedor, fato este não considerado na elaboração dos modelos analíticos da EN 1993-1-5:2006. O modelo numérico também é capaz de identificar a ocorrência de modos de flambagem acoplados, o que não é considerado nas normas ou pelo EBPlate 2.01. Além disso, é constituído por elementos finitos de casca que permitem com que sejam avaliados os efeitos de membrana. Assim, não só os deslocamentos preponderantes relacionados à instabilidade são contabilizados, mas também todos os possíveis deslocamentos das demais direções, proporcionando um efeito restaurador à chapa e garantindo, muitas das vezes, aumento da rigidez e, conseqüentemente, maior resistência à instabilidade.

5 Conclusão

O estudo do comportamento de flambagem global de chapas esbeltas de almas de vigas de aço com diferentes espessuras foi realizado por meio de um modelo de elementos finitos validado a partir de resultados numéricos disponíveis na literatura. Os resultados numéricos foram comparados aos resultados obtidos a partir da utilização do modelo analítico da EN1993-1-5:2006 e de simulações computacionais com o EBPlate 2.01.

Concluiu-se que as tensões críticas de flambagem global devido à flexão obtidas por meio da norma europeia e do programa computacional são inferiores, se comparadas às respostas do modelo numérico. Enquanto a norma indica as maiores diferenças para casos nos quais a chapa é reforçada por enrijecedores flexíveis, o programa apresenta diferenças consideráveis em casos nos quais os enrijecedores são rígidos em relação à chapa. Quanto ao cisalhamento, as diferenças encontradas foram menores.

Além disso, observou-se que as respostas normativas, para o cálculo de tensões críticas em chapas com dois enrijecedores, chegam a ser inferiores às respostas de tensões para chapas com um enrijecedor. Percebe-se que o ganho de resistência devido à adição do segundo enrijecedor não é contabilizado devidamente com os procedimentos da norma.

Diante dos resultados obtidos, conclui-se que a abordagem numérica proposta é capaz de determinar as tensões críticas de flambagem global de chapas com um e dois enrijecedores, levando em conta a influência de parâmetros como a espessura de chapas, quantidade, posição e rigidez dos enrijecedores. Devido a flexibilidade da modelagem numérica, a metodologia proposta também pode ser estendida à análise de casos não contemplados na norma EN1993-1-5:2006. Além disso, verificou-se também a necessidade de aprimorar as formulações presentes na EN1993-1-5:2006.

6 Agradecimentos

Os autores agradecem o investimento e apoio recebidos pelas instituições de fomento CAPES, CNPq e FAPEMIG.

7 Referências bibliográficas

ALINIA, M.M. A study into optimization of stiffeners in plates subjected to shear loading. **Thin-Walled Structures**, v.43, p.845-860, 2005.

BARBOSA, D. A.; CALDAS, R. B.; FERREIRA FILHO, J. O. Comparativo entre Métodos de Cálculo de Vigas de Aço com Alma Enrijecida Longitudinalmente. **Revista da Estrutura de Aço**, v. 8, n. 3, p. 400-419, 2019b.

BARBOSA, D. A.; CALDAS, R. B.; FERREIRA FILHO, J. O. Tensões Críticas de Flambagem Global de Almas de Vigas de Aço Enrijecidas Longitudinalmente. **Revista da Estrutura de Aço**, v. 8, n. 3, p. 380-399, 2019a.

BEG, D.; KUHLMANN, U.; DAVAINÉ, L.; BRAUN, B. **Design of plated structures**, 1ª ed. Mem Martins: ECCS – European convention for Constructional Steelwork, 2010.

- CASTRO E SILVA, A.L.R. **Análise numérica não-linear da flambagem local de perfis de aço estrutural submetidos à compressão uniaxial**. 2006. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2006.
- GALÉA, Y., MARTIN, P. **Presentation Manual of EBPlate**. Liege: CTICM – Centre Technique Industriel de la Construction Métallique, 2006, 48 str.
- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION ENV 1993-1-5. **Eurocode 3 - Design of steel structures - Part 1-5: general rules for plated structural elements**. Bruxelas: CEN, 2006.
- FERREIRA FILHO, J.O. **Estudo Numérico sobre o Comportamento de Vigas de Aço com Almas Esbeltas Enrijecidas Longitudinalmente**. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2019.
- KLÖPPEL, K.; MÖLLER, K. H. **Beulwerte ausgestifter Rechteckplatten**, 2ª ed. Berlim: Ernst & Sohn Verlag, 1968.
- KLÖPPEL, K.; SCHEER, J. **Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten**, 1ª Ed. Berlim: Ernst & Sohn Verlag, 1960.
- KÖVESDI, B. Plate-like Buckling Resistance of Longitudinally Stiffened Plates Subjected to Pure Compression. **Periodica Polytechnica Civil Engineering**, v. 63, n. 2, p. 621-630, 2019a.
- KÖVESDI, B. Buckling resistance of orthotropic plates subjected by compression interpolation between plate and column-like behavior. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 160, p. 67-76, 2019b.
- LJUBINKOVIĆ, F.; MARTINS, J. P.; GERVÁSIO, H.; SIMÕES DA SILVA, L.; Eigenvalue analysis of cylindrically curved steel panels under pure shear. **Thin-Walled Structures**, v. 141, p. 447-459, 2019.
- MAIORANA, E.; PELLEGRINO, C.; MODENA, C. Influence of longitudinal stiffeners on elastic stability of girder webs. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 67, p.51-64, 2011.
- MARTIN, P-O.; NGUYEN, T. M.; DAVAINÉ, L. Effect of the torsional stiffness of closed-section stiffeners on plate buckling in Eurocode 3, Part 1-5. **Steel Construction**, v. 12, n. 1, p. 10-22, 2019.
- MARTINS, J. P.; SIMÕES DA SILVA, L.; REIS, A. Eigenvalue analysis of cylindrically curved panels under compressive stresses - Extension of rules from EN 1993-1-5. **Thin-Walled Structures**, v. 68, p. 183-194, 2013.
- PAIKE, J .K. **Ultimate Limit State Analysis and Design of Plated Structures**, 2ª ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2018.
- SILVA, L. S.; GERVÁSIO, H. **Manual de dimensionamento de estruturas metálicas: métodos avançados**, 1ª Ed. Mem Martins: CMM, 2007.
- SIMULIA, D. S. **ABAQUS 6.14 User's Manual**. Dassault Systems, 2014.
- SKALLOUD, M. Optimum rigidity of stiffeners of webs and flanges. **Plated Structures, Stability and Strength**, p. 103-133, 1983.
- VU, Q.V.; PAPAZAFEIROPOULOS, G.; GRACIANO, C.; KIM, S.G. Optimum linear buckling analysis of longitudinally multi-stiffened steel plates subjected to combined bending and shear. **Thin-Walled Structures**, v.136, p.235-245, 2019.