

# Revista da Estrutura de Aço REA

**Volume 10 | Número 1**  
Abril de 2021



Centro Brasileiro da Construção em Aço

# ARTIGOS

## Comportamento mecânico sob cisalhamento de ligações de chapas metálicas finas com parafusos autoperfurantes

Gabriel C. de Macêdo, Geraldo J. B. dos Santos e Paulo R. L. Lima

1

## Sistema modular metálico para edifícios de agricultura urbana

Lucas Leite Costa, Cláudia Maria Arcipreste e Tito Flávio Rodrigues de Aguiar

21

## Confiabilidade de vigas de aço dimensionadas de acordo com a norma brasileira NBR 8800:2008

FWagner Carvalho Santiago, Vanessa Bezerra de Almeida e Tiago de Macedo Souza

41

## Análise estática não linear geométrica de treliças com a formulação Posicional de Elementos Finitos considerando diferentes medidas de deformação

Luiz Antonio Farani de Souza

60

## Análise numérica de blocos sobre duas estacas metálicas com diferentes tipos de ligação entre estaca e bloco

Vítor Freitas Gonçalves, Rodrigo Gustavo Delalibera e José Samuel Giongo

80

## Eficiência do coeficiente de redução da área líquida (NBR-14762:2010) em ligações de cantoneiras de aço formadas a frio

Luciano M. Bezerra, Ronivon S. Pereira, Valdeir F. DePaula, Jorge Bonilla e Brenda V.

Fontes

100

## Comportamento mecânico sob cisalhamento de ligações de chapas metálicas finas com parafusos autoperfurantes

Gabriel C. de Macêdo<sup>1</sup>, Geraldo J. B. dos Santos<sup>2</sup> e Paulo R. L. Lima<sup>3\*</sup>

<sup>1</sup> Engenheiro Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental - PPGECEA - DTEC/UEFS, Av. Transnordestina, s/n - Novo Horizonte - Feira de Santana / BA, [gabrielcm.ec@gmail.com](mailto:gabrielcm.ec@gmail.com)

<sup>2</sup> Professor, Departamento de Tecnologia - PPGECEA - DTEC/UEFS, [belmonte@uefs.br](mailto:belmonte@uefs.br)

<sup>3</sup> Professor, Departamento de Tecnologia - PPGECEA - DTEC/UEFS, [prllima@uefs.br](mailto:prllima@uefs.br)

### Mechanical behavior of self-drilling screw connections in thin walled steel plates under single shear

#### Resumo

Neste trabalho foram realizados ensaios experimentais em ligações compostas por duas chapas metálicas de espessura de 1,270 mm, 1,984 mm e 3,175 mm, conectadas por dois parafusos autoperfurantes de 6,35 mm de diâmetro, dispostos longitudinalmente. Foram testadas nove conexões diferentes, em que se variou a espessura da chapa em contato com a cabeça do parafuso (chapa1) e a espessura da outra chapa (chapa 2). Os resultados foram classificados e confrontados com as previsões da norma NBR 14762:2010. Verificou-se que a relação entre as espessuras das chapas afeta de forma relevante o comportamento mecânico da ligação, e que quatro modos de falha distintos podem acontecer, com cisalhamento do parafuso, esmagamento da chapa 1, inclinação excessiva do parafuso e esmagamento da chapa 2. Uma análise estatística dos resultados demonstrou que a interação entre as espessuras das chapas afeta o valor da força de cisalhamento resistente da ligação. A comparação dos resultados de cálculo com os experimentais demonstrou que a norma brasileira é conservadora para a maioria dos casos.

**Palavras-chave:** *Ligações rosqueadas, parafusos autoperfurantes, modos de falha, perfis formados a frio.*

#### Abstract

In this work, experimental tests were carried out on connections with two metallic plates, with thicknesses of 1,270 mm, 1,984 mm and 3,175 mm, connected by two self-drilling screws of 6,35 mm in diameter, arranged longitudinally. Nine different connections were tested, varying the thickness of the plate in contact with the screw head (plate1) and the thickness of the other plate (plate 2). The results were classified and compared with the predictions of the NBR 14762: 2010 standard. It was found that the relationship between the thickness of the plates significantly affects the mechanical behavior of the connection. Four distinct failure modes were identified, with shearing of the screw, crushing of the plate 1, excessive inclination of the screw and crushing of the plate 2. A statistical analysis of the results showed that the interaction between the thicknesses of the plates affects the value of the resistant shear force connection. The comparison of the calculation results with the experimental results showed that the Brazilian standard is conservative for most of the cases.

**Keywords:** *Screw connections, self-drilling screws, failure modes, cold-formed steel.*

\* autor correspondente

## 1 Introdução

A necessidade de economia de recursos naturais e o apelo mundial pela minimização do consumo de energia e geração de CO<sub>2</sub> têm forçado todos os setores produtivos a buscar soluções mais sustentáveis. Como o processo de produção do aço é intensivo em relação ao consumo de matérias-primas, insumos e geração de poluentes (CARVALHO *et al.*, 2015), o uso técnicas e elementos construtivos metálicos que possam minimizar esse impacto ambiental, como os perfis leves, é primordial para melhorar a sustentabilidade do setor.

Dubina *et al.* (2012) definem como perfil leve, os perfis de chapa dobrada com espessura inferior a 3 mm. O uso destes perfis reduz o consumo de aço utilizado nas construções, pois eles são eficientes quando analisamos a sua resistência e rigidez em relação ao seu peso próprio. Com o uso de novas tecnologias, os perfis podem ser produzidos a partir de chapas formadas a frio com espessuras menores que 1 mm.

Por conta da sua alta relação inércia/peso, os perfis leves formados a frio apresentam um menor custo para transporte, montagem e armazenamento, quando comparados aos perfis laminados ou soldados, e podem ser usados com segurança em estruturas de edificações de pequeno porte. Por outro lado, devido sua alta esbeltez, a capacidade de resistência dos perfis é geralmente limitada pela resistência da seção efetiva ou pela capacidade de flambagem, o que depende também do comprimento dos vãos (SOLIMAN *et al.*, 2013). Outro cuidado importante, para estruturas montadas com estes perfis, é com as ligações e conexões que, segundo Rezende *et al.* (2006), podem apresentar diferenças significativas quando comparadas ao comportamento das ligações entre perfis laminados ou soldados. Devido a pequena espessura da chapa que forma o perfil leve, a ligação passa a ter um efeito preponderante sobre o modo de falha da estrutura que é influenciado ainda pelo tipo de conector utilizado nas ligações.

Atualmente tem sido muito comum a utilização de parafusos auto-atarraxantes ou autoperfurantes (PAP), mostrado na Figura 1a, nas ligações entre perfis formados a frio ou entre os perfis e os elementos de vedação e cobertura. Esses parafusos autoperfurantes são capazes de produzir seus próprios furos e ainda formarem roscas nos perfis ou chapas a que serão conectados através do uso de uma parafusadeira

elétrica manual (DUBINA *et al.*, 2012) e permitem reduzir etapas do processo construtivo. No entanto, essa interação entre o parafuso e o perfil, altera a forma de transferência de tensões na ligação e, conseqüentemente, pode mudar a sua forma de ruptura.

Segundo Moen *et al.* (2014), as ligações com PAP falham por quatro modos distintos: (I) inclinação do PAP; (II) esmagamento da chapa 1; (III) esmagamento da chapa 2 e (IV) cisalhamento do parafuso. É referenciado com chapa 1 (ch1) a chapa formadora do perfil metálico em contato com a cabeça do PAP, por sua vez, referenciamos como chapa 2 (ch2) a chapa formadora do perfil apenas em contato com o fuste do PAP, ver Figura 1b. Seguindo o mesmo princípio, referenciamos com  $t_1$  e  $t_2$ , respectivamente, as espessuras das chapas conectadas.

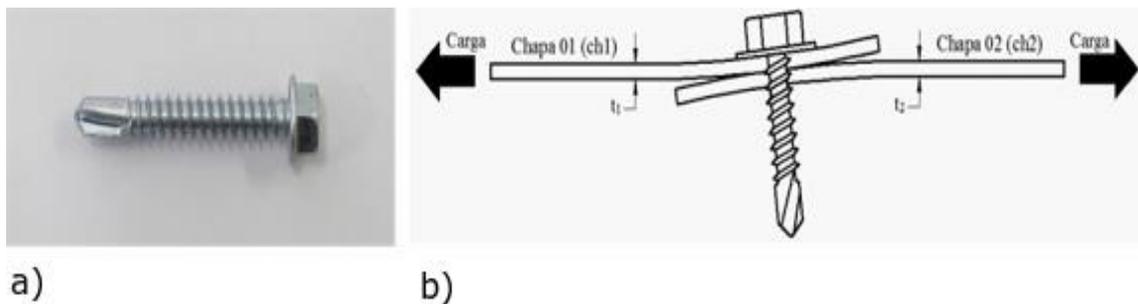


Figura 1 - Ligação com parafuso autoperfurante: a) detalhe do parafuso; b) detalhe da ligação sob cisalhamento simples.

O dimensionamento das ligações rosqueadas é previsto em várias normas e suas formulações são baseadas no estudo com perfis normalmente dúcteis realizado por Perok (1990) para readequação das especificações da norma inglesa BS 5990-5:1987. Contudo, Daudet e Labobe (1996) mostraram que a previsão de cargas baseada nas equações existentes é conservadora para perfis de baixa ductilidade.

Os parâmetros utilizados para o cálculo da resistência das ligações na NBR 14762:2010 e no AISI S100:2016 são as espessuras e as resistências das chapas dos perfis conectados, o diâmetro dos parafusos e o número de parafusos empregados. No entanto, outros parâmetros podem influenciar a resistência mecânica das ligações. Corner (2014), apresentou um modelo em que idealizou o comportamento mecânico das ligações rosqueadas com o diâmetro da arruela dos PAPs e correlacionou a inclinação dos parafusos com o passo da rosca e a relação entre a espessura dos perfis conectados.

Moen *et al.* (2014), diferente do preconizado pelas normas, descreveram que em ligações com espessuras distintas, terá a menor inclinação do parafuso aquela que apresentar uma maior espessura para a ch1. Mosqueira (2016) indicou que a relação entre a espessura dos perfis é um fator preponderante e que deve ser mais bem investigada para adequação das equações de previsão da carga limite última para ligações rosqueadas.

O objetivo deste trabalho é avaliar a influência da espessura das chapas no comportamento mecânico de ligações metálicas rosqueadas compostas por chapas conectadas por parafusos autoperfurantes. Foram avaliados o modo de falha e resistência máxima da ligação sob ações de cisalhamento. Para isso, foram realizados ensaios experimentais com aplicação de tração direta em ligações com chapas formadas a frio em espessuras de 1,270 mm, 1,984 mm e 3,175 mm, unidas por dois parafusos autoperfurantes alinhados e com diâmetro de 6,35mm.

## 2 Cálculo da resistência das ligações rosqueadas

Diversas normas internacionais (BS 5950-5,1998; AS/NZS 4600, 2005; EN 1993-1-3, 2006; AISI s100, 2016) preveem o dimensionamento das ligações de perfis metálicos com parafusos autoperfurantes (PAP). No Brasil, a NBR 14762:2010 determina, no seu item 10.5, a força de cisalhamento resistente de cálculo ( $F_{c,Rd}$ ) desse tipo de ligação, considerando a relação entre as espessuras das chapas dos perfis conectados ( $t_2/t_1$ ) de acordo com as seguintes equações:

a) Quando  $t_2/t_1 \leq 1$ ,  $F_{c,Rd}$  é o menor dos valores:

$$F_{c,Rd} = 4,2(t_2^3 d)^{1/2} f_{u2} / \gamma \quad (1)$$

$$F_{c,Rd} = 2,7 t_1 d f_{u1} / \gamma \quad (2)$$

$$F_{c,Rd} = 2,7 t_2 d f_{u2} / \gamma \quad (3)$$

b) Quando  $t_2/t_1 \geq 2,5$ ,  $F_{c,Rd}$  é o menor dos valores:

$$F_{c,Rd} = 2,7 t_1 d f_{u1} / \gamma \quad (4)$$

$$F_{c,Rd} = 2,7 t_2 d f_{u2} / \gamma \quad (5)$$

c) Fora dos intervalos apresentado ( $1,0 < t_2/t_1 < 2,5$ ),  $F_{c.Rd}$  deve ser calculado por interpolação linear entre os menores valores obtidos nas equações acima.

A força de cisalhamento resistente de cálculo da ligação será dada pelas Equações (1) a (5) se o valor obtido for menor que a resistência do parafuso ao cisalhamento ( $F_{ss.Rd}$ ), dada por:

$$F_{ss.Rd} = F_{ss.Rk} / \gamma \quad (6)$$

A Equação (1) está associada ao modo de falha da ligação por inclinação do PAP, as Equações (2) a (5) são associadas ao modo de falha por esmagamento de uma das chapas, enquanto a Equação (6) se refere a falha por cisalhamento do PAP.

Nas Equações (1) a (6) tem-se que:

- d diâmetro nominal do PAP.
- $d_1$  distância entre o centro de PAPs, paralela ao sentido da aplicação da carga (colunas).
- $d_2$  distância entre o centro de PAPs, perpendicular ao sentido da aplicação da carga (linhas).
- e distância entre o centro do PAP e a borda, paralela ao sentido da aplicação da carga.
- $e_1$  distância entre o centro do PAP e a borda, paralela ao sentido da aplicação da carga.
- $e_2$  distância entre o centro do PAP e a borda, perpendicular ao sentido da aplicação da carga.
- $f_u$  resistência à ruptura na tração do perfil,  $f_{u1}$  ou  $f_{u2}$ .
- $f_{u1}$  resistência à ruptura na tração da chapa 01.
- $f_{u2}$  resistência à ruptura na tração da chapa 02.
- $F_{v.Rd}$  força de cisalhamento resistente de cálculo por PAP.
- $F_{c.Rd}$  força de cisalhamento resistente de cálculo por parafuso, associada à resistência e à geometria dos perfis da ligação.
- $F_{ss.Rk}$  força de cisalhamento resistente nominal do parafuso, fornecido pelo fabricante ou determinada por ensaio.
- $F_{ss.Rd}$  força de cisalhamento resistente de cálculo do parafuso.
- $t_1$  espessura da chapa 1.
- $t_2$  espessura da chapa 2.

$\gamma$  coeficiente de ponderação da resistência (especificado ou calculado nas respectivas normas).

### 3 Programa Experimental

#### 3.1 Materiais

##### 3.1.1 Chapas

Foram utilizadas chapas de bitola MSG 11, 14 e 18, com espessura de 3,175 mm, 1,984 mm e 1,270 mm, respectivamente.

O material especificado para a chapa foi o SAE1020. A avaliação da resistência foi realizada através do ensaio de tração direta, de acordo com ASTM E8/E8M-15a:2015 em quatro amostras (Figura 2a), com espessura de 1,984 mm e largura na região central de 12,5 mm. Foi utilizada uma máquina universal de ensaio servocontrolada de 100 kN de capacidade, com uma taxa de aplicação de deslocamento de 1,2 mm/mim e medida de deformações axiais com um extensômetro, tipo clip gage, de 50 mm de base de medida, como mostra a Figura 2b.

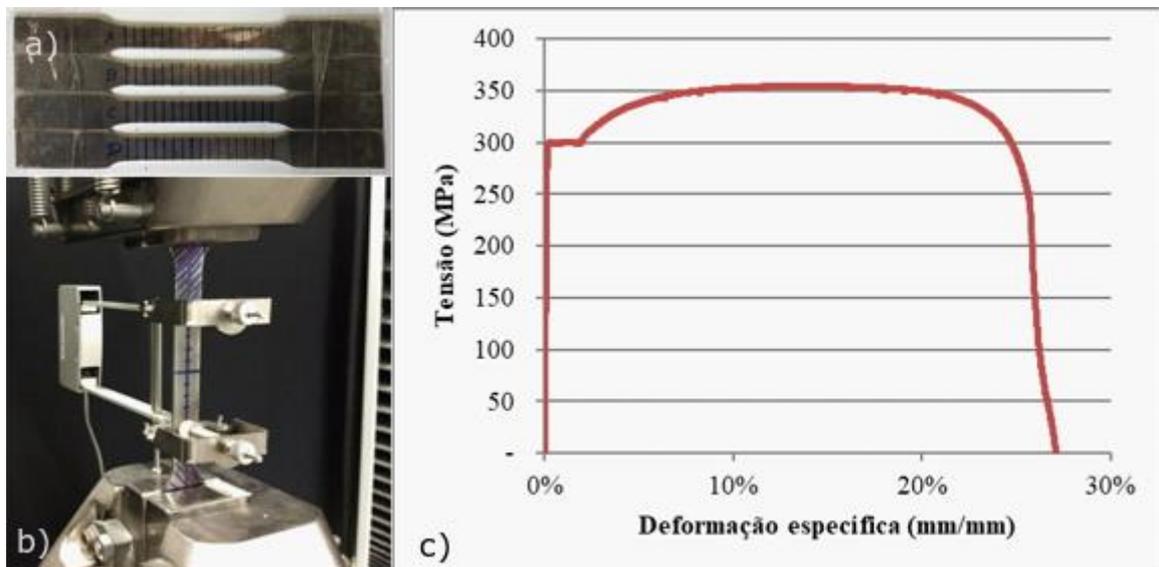


Figura 2 - Avaliação do aço das chapas: a) amostras; b) configuração do ensaio; c) resultado experimental.

Verificou-se, a partir dos diagramas tensão-deformação obtido, mostrado na Figura 2c, que o aço apresenta uma tensão de escoamento  $f_y$  de  $306,59 \pm 9,67$  MPa, tensão máxima  $f_u$  de  $356,55 \pm 2,98$  MPa e módulo de elasticidade de  $204,95 \pm 10,11$  GPa. O aço pode então ser classificado como estrutural, de acordo com a NBR 14762:2010, já que apresenta limite  $f_u/f_y > 1,08$  e alongamento após ruptura superior a 7%.

### 3.1.2 Parafusos

Foi utilizado parafuso autoperfurante modelo CR 212 14x14, de 6,35 mm de diâmetro, comprimento de 25,4 mm, espaçamento de rosca de 14 TPI e chave de 3/8", fabricados pela Chong Reen, mostrado na Figura 1a.

Foi realizado ensaio de cisalhamento nos parafusos, de acordo as especificações do AISI 904-13, com parafusos instalados de forma oposta, visando minimizar as possíveis interferências geradas pela cabeça dos parafusos, como mostra o detalhe da Figura 3. A partir da curva carga-deslocamento, obteve-se uma carga máxima de ruptura de 2,5 tf, que corresponde a uma resistência ao cisalhamento de  $662,78 \pm 2,65$  MPa.

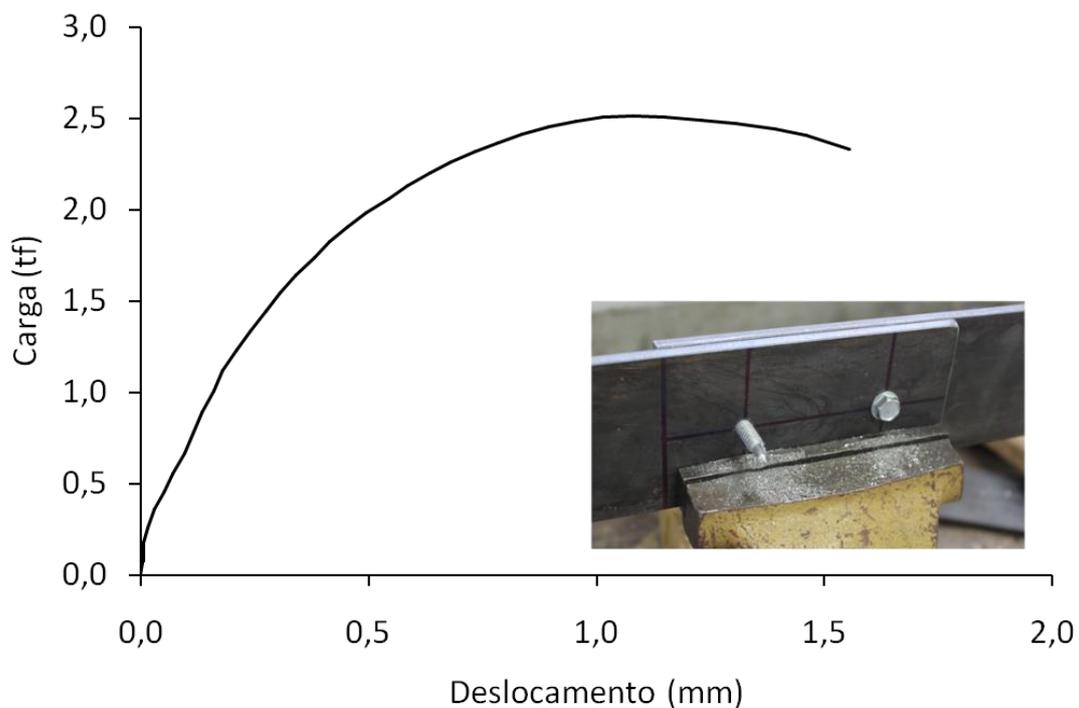


Figura 3 - Curva carga-deslocamento do parafuso no ensaio de cisalhamento

### 3.2 Ensaio das ligações

O ensaio de cisalhamento das ligações foi realizado de acordo com a norma AISI 905-15, usando uma configuração de dois parafusos espaçados longitudinalmente de 60 mm. Foi utilizada uma máquina universal de ensaios servocontrolada com uma taxa de aplicação de deslocamento na direção axial de 3,0 mm/mim. Para monitoramento da força foi utilizada uma célula de carga de 5 tf e a medida dos deslocamentos foi realizada por dois extensômetros elétricos de 50 mm, com espaçamento de medida de 150 mm. A configuração do ensaio está apresentada na Figura 4.

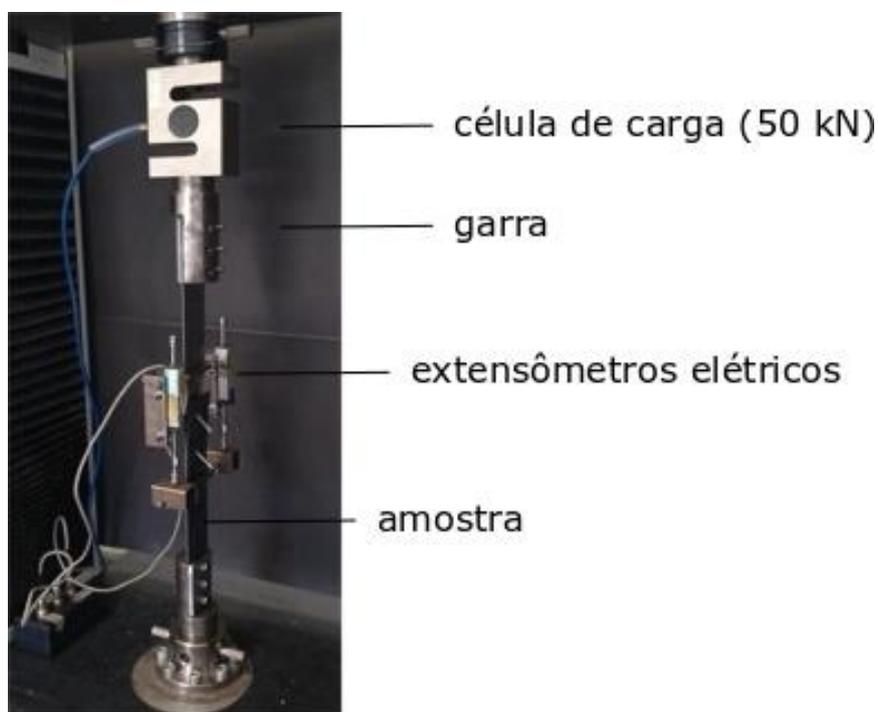


Figura 4 - Configuração do ensaio de cisalhamento das ligações

Cada chapa da ligação tem largura de 60 mm e comprimento de 350 mm. Foram testadas 9 configurações de ligação, variando a espessura de cada chapa (3,175 mm, 1,984 mm e 1,270 mm) e seu posicionamento na ligação, com relação à cabeça do parafuso, como mostra o planejamento experimental da Figura 5.

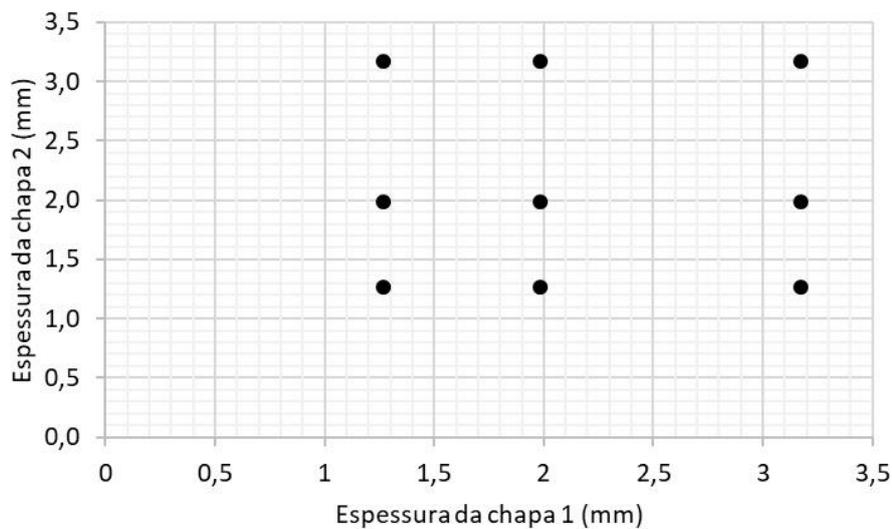


Figura 5 - Planejamento experimental com indicação das espessuras de chapas investigadas.

## 4 Resultados e discussão

### 4.1 Resultados experimentais

As curvas carga-deslocamento para todas as ligações avaliadas estão apresentadas nas Figuras 6 a 8. Na Tabela 1 são apresentados os valores de carga máxima e os modos de falha observados no ensaio experimental.

Tabela 1 - Resumo dos resultados experimentais e analíticos para os ensaios de cisalhamento das ligações

Espessura (mm)		Resistência da ligação		Modo de Falha*
t <sub>1</sub>	t <sub>2</sub>	F <sub>max</sub> (tf)	CV (%)	
1,270	1,270	0,84	3,72%	I-PAP
	1,984	1,66	3,25%	I-PAP
	3,175	1,67	2,67%	E-ch1
1,984	1,270	1,27	12,25%	E-ch2
	1,984	2,12	3,36%	C-PAP
	3,175	2,29	5,82%	C-PAP
3,175	1,270	1,17	7,19%	E-ch2
	1,984	2,34	6,73%	C-PAP
	3,175	2,27	2,68%	C-PAP

\* PAP = Inclinação dos PAP; C-PAP = Cisalhamento dos PAPs  
E-ch1 = Esmagamento da ch1; E-ch2 = Esmagamento da ch2

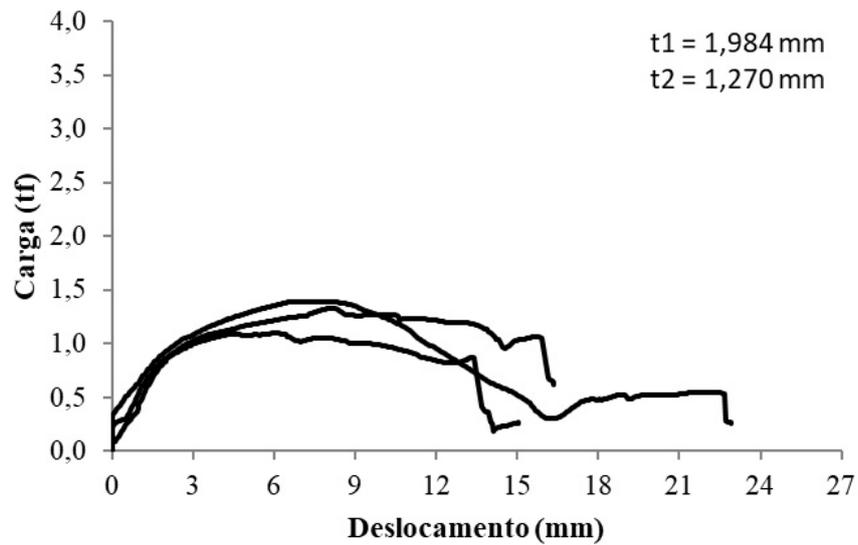
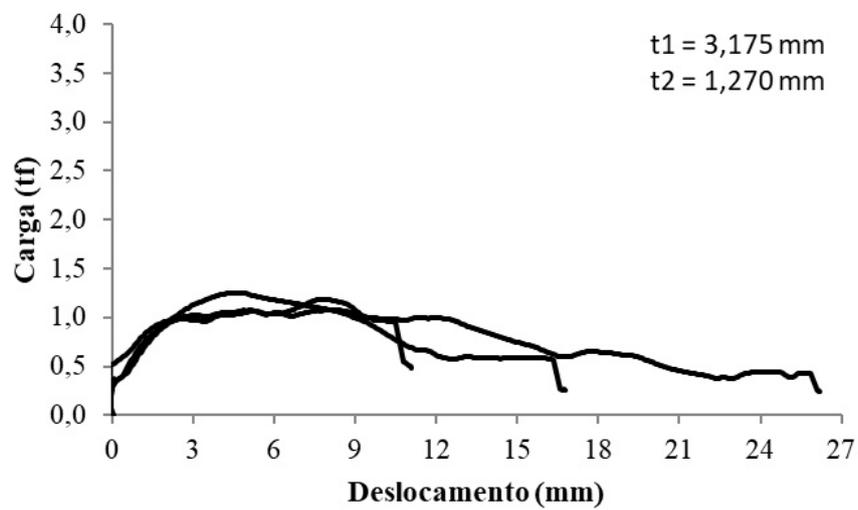
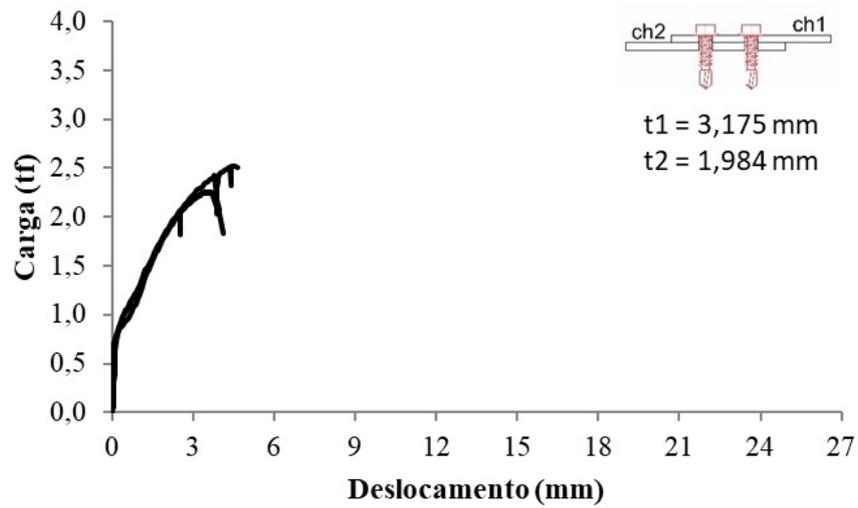


Figura 6 - Comportamento carga-deslocamento de ligações com  $t_1 > t_2$

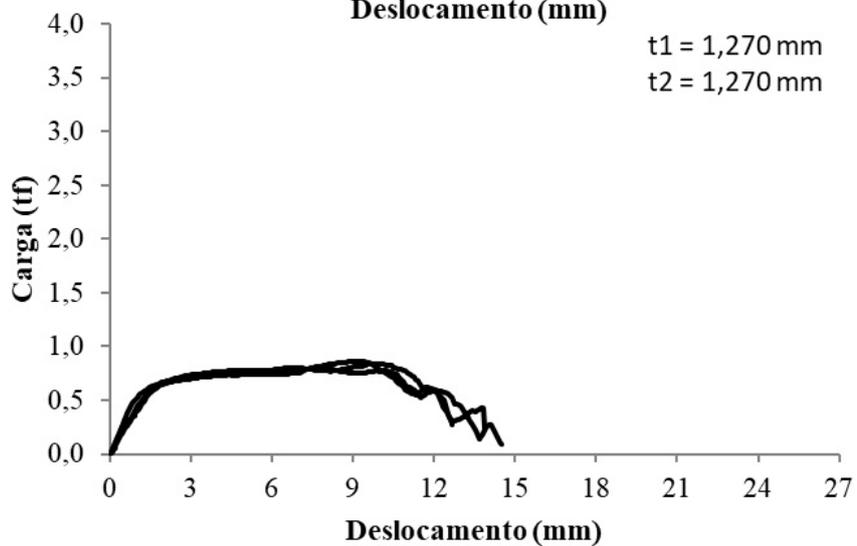
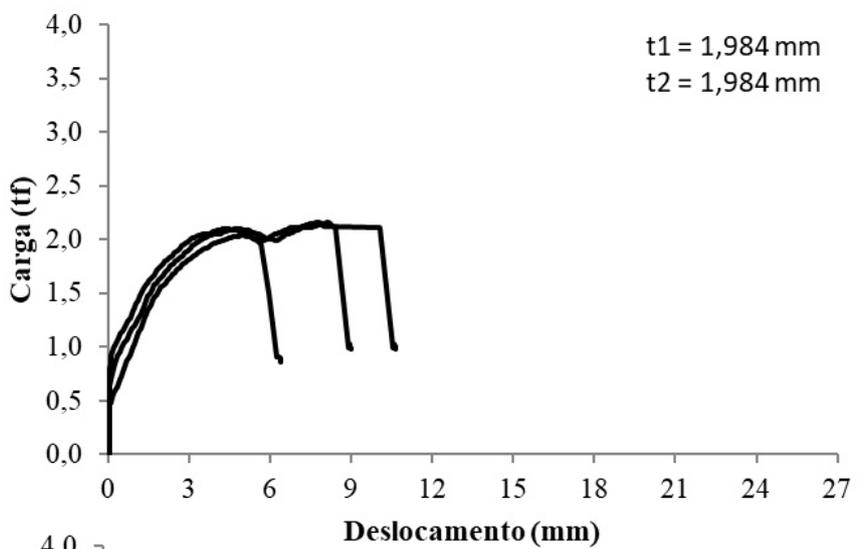
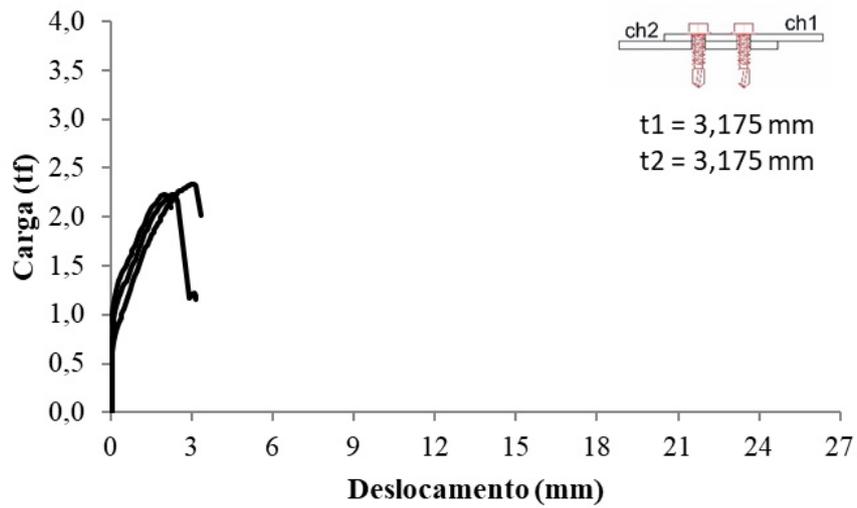


Figura 7 - Comportamento carga-deslocamento de ligações com  $t_1 = t_2$

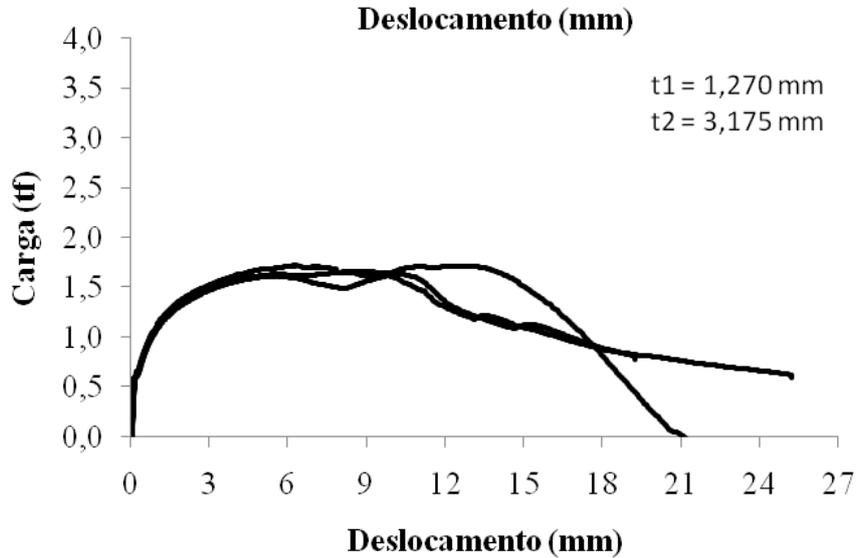
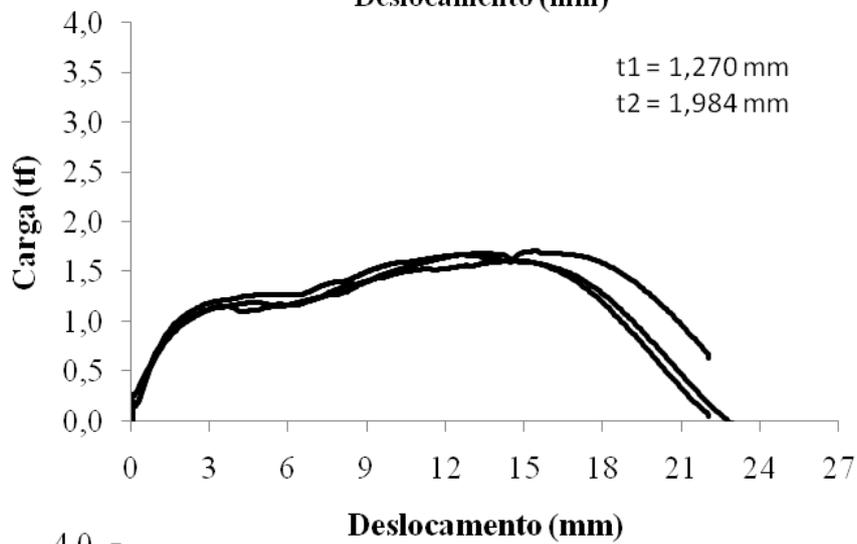
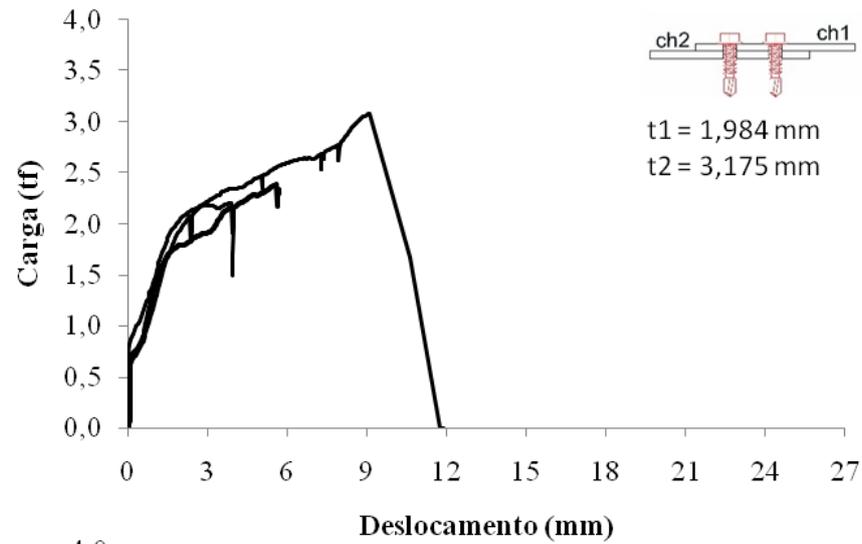


Figura 8 - Comportamento carga-deslocamento de ligações com  $t_1 < t_2$

Verifica-se que o comportamento mecânico da ligação está diretamente associado à espessura das chapas e ao posicionamento da cabeça do parafuso, o que afeta o esmagamento da chapa e a rotação dos parafusos.

#### **a) Ligações com $t_1 > t_2$**

Na figura 6 são apresentadas as curvas carga-deslocamento para as ligações em que a espessura da chapa  $t_1$  é maior que a espessura  $t_2$ .

Verifica-se que, quando se mantém a espessura de  $t_1 = 3,175$  mm, mas a espessura da chapa  $t_2$  varia de 1,984 mm para 1,270 mm, há uma mudança significativa de comportamento mecânico, com redução de 50% no valor da carga máxima e um aumento do deslocamento último. A mudança de comportamento está associada ao modo de falha identificado na ligação. Na primeira configuração de chapas foi identificado o cisalhamento dos parafusos (mostrado na Figura 9), que se caracteriza por uma queda brusca de carga. Neste caso, verifica-se que a carga máxima da ligação corresponde aproximadamente ao valor da resistência ao cisalhamento dos parafusos.



Figura 9 – Falha por cisalhamento do parafuso

Na segunda configuração de chapas, por outro lado, o modo de falha foi caracterizado pelo rasgamento da chapa 2, como mostra a Figura 10a. De acordo com Moen *et al.* (2014) uma ligação formada por perfis de espessuras distintas pode apresentar diferentes modos de falha que vão depender do posicionamento da chapa mais espessa em relação à cabeça do parafuso.

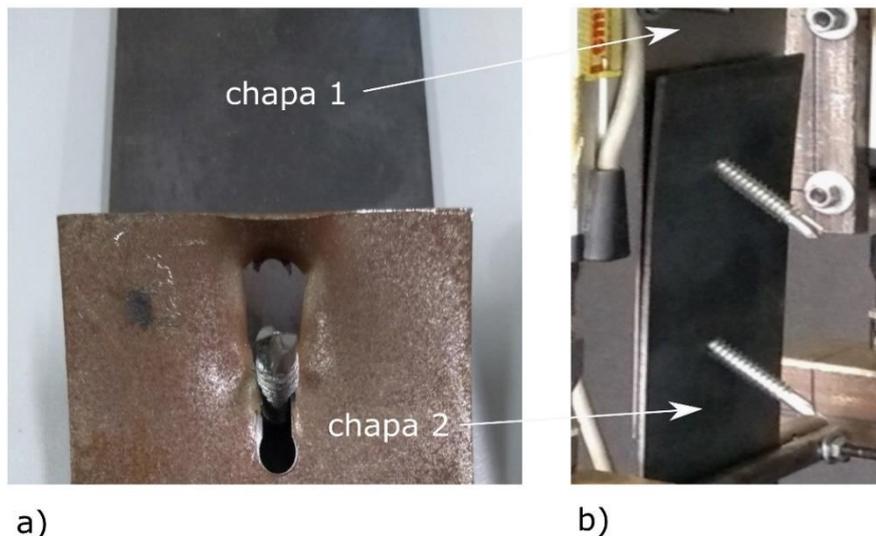


Figura 10 - Modos de falha das ligações: a) rasgamento da chapa 2; b) inclinação dos parafusos.

As ligações com  $t_1$  igual 3,175 mm ou igual a 1,984 mm, mas com  $t_2$  igual a 1,270 mm, apresentaram comportamento mecânico semelhantes. A força máxima resistida entre estas ligações variou de cerca de 8,5%. O modo de falha observado para ambas foi o esmagamento da chapa 2, que possuía menor espessura. No entanto, no momento da ruptura, a ligação com  $t_1$  igual a 3,175 mm apresentou uma inclinação dos parafusos  $11,7^\circ$  enquanto para a ligação com  $t_1$  igual a 1,984 mm, a inclinação observada foi de  $28,7^\circ$ .

#### **b) Ligações com $t_1 = t_2$**

O comportamento mecânico das ligações em que as chapas possuem a mesma espessura é apresentado na Figura 7. Verifica-se que a ligação com espessura de chapa igual a 3,175 mm apresenta maior carga máxima, igual a 2,27 tf, e menor deslocamento. A mudança da espessura das chapas para 1,984 mm, reduz a carga máxima para 2,12 tf, ou seja, uma redução de apenas 7%. Como ambas as ligações apresentaram modo de falha por cisalhamento do parafuso, a espessura da chapa afeta de forma menos significativa a carga máxima.

Para ligações com chapas de 1,270 mm, por outro lado, a ruptura aconteceu por inclinação dos PAP, visto que a rigidez das chapas não foi suficiente para ultrapassar a resistência ao cisalhamento do parafuso. Isso resultou em uma expressiva redução da capacidade resistente da ligação, de cerca de 152%, com relação às ligações com chapa

de 3.175 mm. O modo de falha identificado foi a inclinação excessiva dos parafusos, como mostra a Figura 10b. A inclinação excessiva dos parafusos autoperfurantes é mais suscetível em ligações com chapas de menor espessura por conta da falta de porcas neste tipo de parafuso e por isso é tratado como um possível modo de falha (CORNER, 2014)

Os resultados desse estudo corroboram o estudo de Daudet e Laboube (1996), que realizaram 264 ensaios com ligações metálicas com parafusos autorperfurantes e chapas com espessuras de 1,04 mm, 1,35 mm, 1,83 mm e 2,49 mm, com  $t_1 = t_2$ . Foi concluído pelos autores que a utilização de perfis com espessura iguais ou superiores a 1,83 mm conduziram a ligação à falha por cisalhamento direto dos PAPs. Nos perfis mais finos, os modos de falha observados foram de inclinação do parafuso em combinação com o esmagamento das chapas.

### c) Ligações com $t_1 < t_2$

O comportamento mecânico das ligações em que a espessura da chapa  $t_1$  é menor que a espessura  $t_2$  é mostrado na Figura 8. A ligação com chapa 2 de espessura de 3,175 mm e chapa 1 com espessura de 1,984 mm apresentou ruptura por cisalhamento, e carga máxima de 2,29 tf. Quando é utilizada uma chapa 1 de 1,270 mm, verifica-se uma redução de 27% da carga máxima e uma mudança na forma de falha, que passa a ser de esmagamento da chapa 1, como mostra a Figura 11.



Figura 11 - Modo de falha da ligação com esmagamento da chapa 1

Para a ligação com chapa  $t_2$  de 1,984 mm e chapa  $t_1$  de 1,270 mm o modo de falha observado é a inclinação excessiva dos parafusos. A força máxima resistida pela ligação é de 1,67 tf, o que pode estar associado pela combinação de esforços de cisalhamento e tração no fuste dos parafusos, como observado por Draganic *et al.* (2014).

## 4.2 Efeito da interação entre espessuras das chapas

Verifica-se que, além da espessura de cada chapa utilizada, a posição que a mesma ocupa, com relação a cabeça do parafuso, afeta a capacidade portante da ligação. Isso demonstra que há uma interação entre as chapas que influencia o comportamento mecânico da ligação.

Para determinação do efeito da interação das espessuras das chapas sobre a resistência ao cisalhamento da ligação foi realizado, com base nos resultados experimentais, um planejamento estatístico do experimento  $3^2$  com 2 fatores e 3 níveis (baixo, alto e intermediário), como mostra a Figura 5: i) Fator 1 - espessura da chapa 1 ( $t_1$ ), com níveis 1,270 mm, 1,984 mm e 3,175 mm; ii) Fator 2 - espessura da chapa 2 ( $t_2$ ), com níveis 1,270 mm, 1,984 mm e 3,175 mm.

A partir dos resultados apresentados na Tabela 1, é possível estabelecer uma equação de predição da resistência ao cisalhamento a partir da espessura das chapas. Para isso, foi utilizado um modelo de regressão múltipla não linear que relaciona a resistência ao cisalhamento com os valores de espessura das chapas:

$$f_{\max} = -4,195 + 1,751 \cdot t_1 + 3,420 \cdot t_2 - 0,357 \cdot t_1^2 - 0,680 \cdot t_2^2 + 0,055 \cdot t_1 t_2 \quad (8)$$

Verifica-se que o último termo da Equação (8) indica a interação que existe entre a espessura das chapas  $t_1$  e  $t_2$ , e que contribui para a não-linearidade da curva de resposta mostrada na Figura 11. Além disso, é observado que, para determinação da força máxima, a espessura de ambas as chapas deve ser considerada na equação, diferentemente do que prescreve as Equações normativas de (1) a (7) que usa apenas uma delas no cálculo.

Esse resultado corrobora a investigação de Mosqueira (2016) a qual indicou que a relação entre a espessura dos perfis é um fator preponderante na previsão da carga limite ultima para ligações rosqueadas.

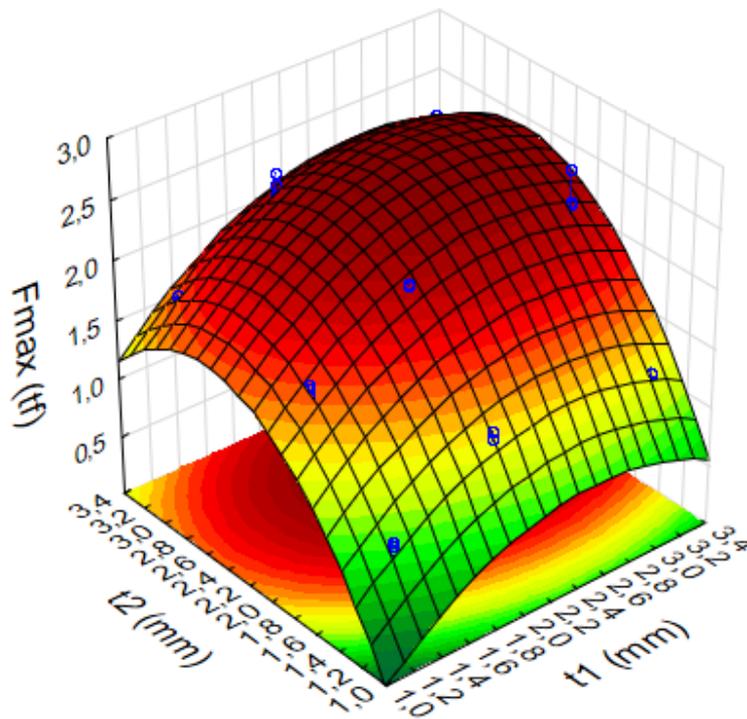


Figura 11 - Influência da interação entre  $t_1$  e  $t_2$  sobre a carga máxima de cisalhamento

Observando o resultado mostrado na Figura 11, verifica-se que, para os limites do experimento realizado, o valor máximo de resistência da ligação é atingido quando os valores de  $t_1$  e de  $t_2$  são ambos iguais a 2,6 mm. Acima ou abaixo desse valor ótimo de espessura é verificada uma redução da carga máxima de cisalhamento da ligação.

### 4.3 Comparação com resultados normativos

Na Tabela 2 são apresentadas as forças máximas teóricas, obtidas pelo uso das Equações (1) a (7) da norma ABNT NBR 14762:2010, e o erro obtido quando em comparação com os resultados experimentais apresentados na Tabela 1.

Tabela 2 - Resultados teóricos para os ensaios de cisalhamento das ligações

Espessura das chapas (mm)		Resistência teórica da ligação	
t <sub>1</sub>	t <sub>2</sub>	F <sub>c.Rd.γ</sub> (tf)	Erro(%)
	1,270	1,08	28,57
1,270	1,984	1,55	-6,63
	3,175	1,55	-7,19
	1,270	1,08	-14,96
1,984	1,984	2,11	-0,47
	3,175	2,43	6,11
	1,270	1,08	-7,69
3,175	1,984	2,11	-9,83
	3,175	2,50	10,13

I-PAP = Inclinação dos PAP; C-PAP = Cisalhamento dos PAPs  
E-ch1 = Esmagamento da ch1; E-ch2 = Esmagamento da ch2

Observa-se na Tabela 2 que, para a maioria das ligações, o valor normativo manteve-se conservador, com valores abaixo do valor experimental e um erro máximo de, aproximadamente, 15%. Considerando os resultados obtidos nesse trabalho, verifica-se que uma das limitações das equações normativas é considerar, na determinação da força resistente, a espessura de apenas uma das chapas.

Para dois tipos de ligações, no entanto, foram verificados valores teóricos maiores que o valor experimental, com um erro de até 28%. Para estas ligações, em que os valores de espessura das chapas são iguais e, conseqüentemente, a relação  $t_2/t_1 = 1$ , foram utilizadas as Equações (1) a (3) na determinação da resistência de cálculo. Mesmo utilizando coeficientes de segurança para prevenir possíveis incertezas relativas ao material ou método de cálculo, usualmente as normas devem ser conservadoras com relação à estimativa da capacidade resistente das estruturas, incluindo suas ligações.

## 5. Conclusões

A partir dos resultados experimentais obtidos neste trabalho, com 9 tipos diferentes de ligações com parafusos autoperfurantes, foi possível observar que o modo de falha e a força máxima resistente da ligação são dependentes da relação entre a espessura das chapas e também da posição da chapa com relação a cabeça do parafuso.

Enquanto a norma brasileira prevê que o cálculo da força resistente depende da espessura de apenas uma das chapas, os resultados experimentais e a análise estatística demonstraram que a interação entre as duas chapas influencia o comportamento mecânico da ligação e a forma de ruptura.

Quatro tipos de modo de falha foram observados experimentalmente, a saber, ruptura do parafuso por cisalhamento, esmagamento da chapa 1, inclinação excessiva do parafuso e esmagamento da chapa 2. Sendo que, as equações utilizadas pela NBR 14762:2010 não preveem este último tipo de ruptura da ligação.

A comparação da força resistente obtida nos resultados experimentais com os valores calculados pela NBR 14762:2010, de fato, indica que o modelo de cálculo não é adequado para prever a capacidade portante das ligações com parafusos autoperfurantes.

## 5 Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES e ao CNPq pelos pelo apoio para desenvolvimento do trabalho.

## 6 Referências bibliográficas

ABNT NBR 14762. Associação Brasileira de Normas Técnicas - **Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio**, seção 10.5. Rio de Janeiro. 2010.

AISI S100, A. I. A. S. I. AISI s100: **North American specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members**, section J4. Washington. 2016.

ASTM E8 / E8M-15a, **Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials**, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2015

AS/NZS, A. Z. S. AS/NZS 4600: **Cold-formed steel structures**, section 5.4. [S.I.]. 2005.

BS, B. S. BS 5950-5: **Structural use of steelwork in building - Part 5**. Code of practice for design of cold formed thin gauge sections, Annex A. [S.I.]. 1998.

CARVALHO, P. S. L.; MESQUITA, P.P.D.; ARAÚJO, E.L.G. Sustentabilidade da siderurgia brasileira: eficiência energética, emissões e competitividade. **BNDES Setorial**, v. 41, p. 181-236, 2015.

CORNER, S. M. W. **Screw-Fastened Cold-Formed Steel-to-Steel Shear Connection Behavior and Models**. 2014. 66 f. Thesis (Master of Science in Mechanical Engineering)– Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University. Blacksburg, Virginia. 2014.

DAUDET, R. L.; LABOUBE, R. A. **Shear Behavior of Self Drilling Screws Used in Low Ductility Steel**. International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures, 1996.

DRAGANIC, H.; DOKSANOVIC, T.; MARKULAK, D. Investigation of bearing failure in steel single bolt lap connections. **Journal of Constructional Steel Research**, 2014.

DUBINA, D.; UNGUREAMU, V.; LANDOLFO, R. **Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1-3: Design of Cold-formed Steel Structures** (Section 7-Connections). [S.l.]: Ernst & Sohn, 2012.

EN, E. S. EN 1993-1-3, **Eurocode 3 - Design of steel structures - part 1-3: General rules - Supplementary rules for cold-formed members and sheeting**, section 8.3. [S.l.]. 2006.

MOEN, C. D., PADILLA-LLANO, D. A., CORNER, S., & DING, C. TOWARDS Load-Deformation Models for Screw-Fastened Cold-Formed Steel-to-Steel Shear Connections. **Internacional Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**. 2014.

MOSQUEIRA, G. A. H. **Análise experimental do comportamento de ligações entre chapas finas de aço com emprego de parafusos auto-atarraxantes**. 2016. 92 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ. Rio de Janeiro. 2016.

PEROK, T. **Design of Cold-formed Steel Screw Connections**, St. Louis, 1990.

REZENDE, P.G., MALITE, M. MUNAIAR NETO, J. Análise numérica de ligações parafusadas em chapas finas e em perfis formados a frio. **Seminário de Ciências Exatas e tecnológicas**. v. 27, n.1 , p. 23-37, 2006.

SOLIMAN, M. S. A. D.; ABU-SENA, A. B. B.; DARWISH, E. E. H.; SALEH, M. S. R. Resistance of cold-formed steel sections to combined bending and web crippling. **AinShams Engineering Journal**, v. 4, n. 3, p. 435-453, 2013.

## Sistema modular metálico para edifícios de agricultura urbana

Lucas Leite Costa<sup>1\*</sup>, Cláudia Maria Arcipreste<sup>2</sup> Tito Flávio Rodrigues de Aguiar<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Programa de Pós-Graduação em Construção Metálica, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Campus Morro do Cruzeiro, Ouro Preto, MG, [lucasleite80@gmail.com](mailto:lucasleite80@gmail.com)

<sup>2</sup> Departamento de Arquitetura e Urbanismo, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Campus Morro do Cruzeiro, Ouro Preto, MG, [claudiaarcipreste@ufop.edu.br](mailto:claudiaarcipreste@ufop.edu.br)

<sup>3</sup> Departamento de Arquitetura e Urbanismo, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Campus Morro do Cruzeiro, Ouro Preto, MG, [tito.aguiar@ufop.edu.br](mailto:tito.aguiar@ufop.edu.br)

### Metal modular system for urban agriculture buildings

#### Resumo

A partir de metodologia que se apoia na elaboração de projeto arquitetônico, desenvolve-se uma reflexão sobre demandas de racionalização de processos construtivos industrializados, com a utilização de componentes metálicos, para proposição de edificação voltada para a produção de alimentos em grandes centros urbanos. Diante da complexa cadeia de produção e distribuição dos alimentos, necessária para abastecimento das cidades populosas, faz-se necessário pensar em meios de produção e distribuição mais eficientes, que reduzam impactos ambientais. O presente trabalho busca estudar o potencial de edifícios modulares em construção metálica, voltados para agricultura urbana, explorando estratégias de flexibilidade e adaptabilidade dos espaços a contextos diversos de implantação, possibilitando a redução de etapas na cadeia de produção e distribuição dos alimentos.

**Palavras-chave:** projeto arquitetônico, construção metálica, agricultura urbana

#### Abstract

Based on a methodology that is based on the elaboration of an architectural project, a reflection is developed on the rationalization demands of the industrialized construction processes, based on the use of metallic components for the construction of a building for food production in large urban centers. Faced with the complex food production and distribution chain that is needed to supply the populous cities, it is necessary to think of more efficient means of production and distribution that reduce environmental impacts. This work seeks to study the potential of modular buildings in metal construction, focused on urban agriculture, exploring strategies of flexibility and adaptability of spaces in different deployment contexts, to reduce stages in the food production and distribution chain.

**Keywords:** architectural project, metal building, urban agriculture.

\* autor correspondente

## **1 Introdução**

Este trabalho busca discutir o potencial da construção metálica como resposta às demandas apresentadas por programas arquitetônicos inovadores, que, sobretudo nos grandes centros urbanos, possam oferecer ganhos aos indivíduos e sociedades do século XXI. Tomando-se o projeto de arquitetura como meio de pesquisa, desenvolve-se uma reflexão sobre a aplicação da construção metálica para o projeto das chamadas *fazendas verticais* - edifícios de andares múltiplos voltados para agricultura urbana. Busca-se, assim, discutir o potencial arquitetônico da construção metálica para se atender aos requisitos programáticos de edifícios de múltiplos pavimentos que, abrigando *fazendas verticais* urbanas, possam contribuir para mais eficiência na cadeia de produção e distribuição dos alimentos.

O estudo pretende, também, subsidiar processos de concepção arquitetônica que explorem estratégias projetuais de modularidade, flexibilidade e adaptabilidade dos espaços, que modo a possibilitar o ajuste dos edifícios a contextos diversos de implantação em grandes cidades.

## **2 A utilização de componentes industrializados metálicos para um edifício de agricultura urbana**

A conveniência da utilização de estruturas metálicas para edifícios de andares múltiplos tem sido abordada por vários autores como Ching, Onouy e Zuberbuhler (2014); Bellei, Pinho e Pinho, (2008); Teixeira (2007) e Bauermann (2002), entre outros. São recorrentemente destacadas suas vantagens quanto à redução do peso final da edificação, aos prazos de execução, à possibilidade de maior controle de qualidade da produção e a outros aspectos que implicam diretamente o custo final dos empreendimentos.

Contudo, nas últimas décadas o uso do aço tem se mostrando pequeno, diante de seu potencial para a construção civil no país. Especificamente quanto às estruturas, constata-se baixo volume de produção em aço, muito inferior ao das estruturas em concreto armado. De acordo com Araújo (2017), cerca de 80% das estruturas de edifícios de múltiplos pavimentos no Brasil são moldadas no canteiro de obras em

concreto armado. O alto custo inicial dos componentes metálicos, elevado por tributações sobre o produto industrializado, somado à baixa capacitação da mão de obra que opera seus processos são motivações para manutenção deste quadro. (Araújo, 2017).

No entanto, além do custo direto e da capacitação da mão de obra, outros fatores devem ser considerados no processo de decisão acerca dos sistemas construtivos mais adequados a demandas específicas. De acordo com Araújo (2017) é preciso uma discussão mais aprofundada sobre as condições de trabalho e sobre a produtividade dos processos de fabricação e montagem de sistemas estruturas e sistemas correlatos, considerando-se os tempos envolvidos numa perspectiva mais global, com vistas à reorientação de parâmetros na construção civil, em termos qualitativos e quantitativos de seus processos e resultados.

Comparando duas obras de edifícios com características similares, Araújo (2017) verifica aspectos da produção de um edifício com estrutura em concreto armado moldado na obra e de um edifício com estrutura mista, composta por pilares e vigas metálicas, com núcleo rígido em concreto armado e lajes mistas, com forma incorporada. Esse estudo mostra que a execução da estrutura em concreto armado demanda tempo 3,5 vezes maior que o requerido pela estrutura mista.

Enquanto todo o tempo empregado na construção da estrutura em concreto armado transcorre no canteiro de obra, no caso da estrutura mista, quase metade do tempo é gasto na fabricação dos perfis metálicos, em ambiente *off-site*. Relacionando o ambiente de produção e as condições de trabalho, Araújo (2017) evidencia melhores condições de trabalho e maior controle de qualidade na obra com estrutura mista, considerando não somente o processo de fabricação dos perfis metálicos, mas também sua montagem.

Sob outro aspecto, construções com estrutura em concreto armado demandam elevado consumo de insumos e implicam significativa geração de resíduos de construção e demolição - RDC. (Pinto, 1999; Gervásio, 2008). Resíduos que, por sua vez, compõem grande parte do lixo gerado nas grandes cidades brasileiras. Em Salvador, por exemplo, representam quase 60% do total de lixo gerado, em Porto

Alegre e Goiânia representam 55% e em Belo Horizonte aproximadamente 45%. (Salsa, 2009).

O aprofundamento dos debates acerca dessas questões é urgente, bem como o desenvolvimento e a difusão de tecnologias construtivas que possam conduzir a processos mais racionais e eficazes. Identifica-se, assim, o potencial do aço como sistema estrutural para edifícios de múltiplos andares, sobretudo em áreas urbanas mais adensadas, que concentram ações de parcela significativa do setor da construção civil.

Em especial, ressalta-se a pertinência de sua utilização no atendimento a programas de necessidades que possam trazer ganhos significativos para as sociedades contemporâneas e futuras, como no caso dos edifícios voltados especificamente para a agricultura urbana, atividade cuja inserção no ambiente das grandes cidades é tão inovadora quanto desafiadora.

Também na cadeia de produção, distribuição e venda dos alimentos identifica-se muita complexidade e grande ineficiência. Processos comumente adotados geram desperdício e elevado consumo energético, entre outras questões que agravam problemas socioambientais. (Machado e Machado, 2002; Aquino e Assis, 2007). Considerando esses problemas, a agricultura urbana pode exercer relevante papel nas cidades populosas, favorecendo novos meios de produção que possibilitem e induzam mudanças no funcionamento das cidades e no comportamento das pessoas. (Machado e Machado, 2002).

Para tanto, visando a obter uma produção diversificada e equilibrada, Aquino e Assis (2007) indicam que a agricultura urbana deve prever cultivos intensivos, considerando a interação homem-cultivo-animal-meio ambiente e o aproveitamento de facilidades e recursos propiciados pelo ambiente urbano, tais como disponibilidade de mão de obra e proximidade com os consumidores.

Para a agricultura urbana em grandes cidades, considera-se, aqui, o conceito de *fazendas verticais* desenvolvido pelo microbiologista norte-americano Dickson Despommier, entre 1999 e 2009. Trata-se de edifícios de andares múltiplos que, inseridos em regiões centrais de cidades de médio e grande porte, buscam reduzir

impactos e desperdícios provocados pelas formas correntes de produção e distribuição de alimentos. (Despommier, 2010).

O avanço tecnológico vem possibilitando o desenvolvimento de vários tipos de cultura *indoor* (em ambientes fechados), com ganhos significativos de qualidade ambiental e de produtividade, possibilitando a produção de alimentos dentro das cidades (Despommier, 2018). Essas formas de cultivo têm potencial para melhor atender à crescente demanda de consumo de alimentos nos grandes centros urbanos, promovendo redução de intermediários entre o produtor e o consumidor, com significativa redução de custos e potencial para gerar impactos positivos nos processos hegemônicos vigentes de produção e distribuição dos alimentos. (AQUINO, ASSIS, 2007; Machado, Machado, 2002).

A partir desse conceito, tomam-se como referências alguns projetos de fazendas verticais desenvolvidos por arquitetos. Nestas propostas (Figura 2), pode-se discernir a utilização de componentes metálicos industrializados nas estruturas das edificações, além da adoção de sistemas alternativos para captação de energia e de técnicas de cultivo *indoor* de baixo consumo de água e outros insumos. Esses equipamentos e tecnologias vêm sendo pensados para fomentar processos mais sustentáveis e mais adequados às demandas socioambientais contemporâneas (Despommier, 2018).



Figura 2 - Projetos de fazendas verticais - Chris Jacobs, Gordon Graff, SOA Architectes  
(Fonte: CHO, 2011)

Destaca-se o projeto da Fazenda de Agricultura Urbana de Newark, em Nova Jersey/EUA, experimento conjunto realizado por Dickson Despommier e o escritório de

arquitetura Weber Thompson. Encomendado pela prefeitura local para revitalizar o centro da cidade, o edifício contém espaços de cultivo e laboratórios de pesquisa, separados por um átrio central para iluminação e ventilação naturais. No andar térreo, tem-se um espaço para interação com o público. Os pavimentos superiores abrigam sistemas intensivos de cultivo sem terra. O edifício foi concebido para ser flexível e adaptável a diferentes usos que possam surgir com a evolução da tecnologia (Figura 3).



Figura 3 - Perspectiva externa, Projeto da Fazenda Vertical de Newark. NJ/EUA,  
(Fonte: Weber Thompson Architects, 2010)

Para além das vantagens de simplificação da cadeia alimentar, com ganhos em termos de sustentabilidade ambiental e social, evidencia-se que as fazendas verticais poderiam também ser consideradas como elementos de Acupuntura Urbana, como propõe Lerner (2003). As cidades necessitam de intervenções catalizadoras, com capacidade para vitalizar/revitalizar áreas que necessitem ser reabilitadas (Lerner, 2003). Edifícios voltados para agricultura urbana, se adequadamente localizados, poderiam ter essa função catalizadora, favorecendo e induzindo mudanças no comportamento humano e no funcionamento das cidades, visando a atender demandas atuais por práticas mais sustentáveis.

Considerando-se o caráter inovador de tais edificações, busca-se discutir a aplicação da construção em aço às suas demandas programáticas. Aspectos associados aos pressupostos de industrialização e racionalidade são trabalhados no projeto arquitetônico de um edifício modular, pautado por diretrizes de flexibilidade e adaptabilidade a diferentes condições de implantação urbana.

## 2.1. Métodos e processos

Para alcançar os objetivos propostos, a metodologia adotada apoia-se, prioritariamente, na elaboração do projeto de arquitetura como um modelo icônico e analógico de investigação, conforme apresenta Serra (2006).

Para investigar as condições de flexibilidade e adaptabilidade do modelo proposto foram simuladas três implantações do edifício em terrenos diversos, em Belo Horizonte, Minas Gerais. A escolha dos terrenos pretendeu explorar formas, dimensões e condições topográficas distintas, em variadas situações urbanas.

Dois terrenos localizam-se em áreas de grande densidade populacional, no Hipercentro da cidade. O terceiro terreno está em área de significativa vulnerabilidade social, nos limites entre um bairro já consolidado e uma vila de autoconstruções. Nos três casos optou-se por regiões caracterizadas por demandas de reabilitação, nas quais o edifício poderia se constituir como eficaz elemento de Acupuntura Urbana (Lerner, 2003).

## 2.2. Estratégias de projeto e componentes da edificação

Partiu-se de um modelo modular ortogonal em três dimensões, para possibilitar sua inserção em terrenos com distintas dimensões e condições topográficas (Figura 4).

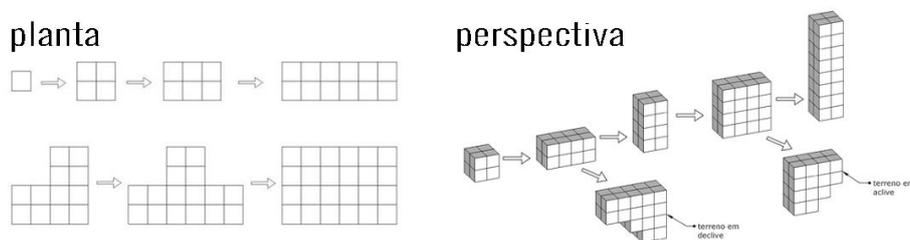


Figura 4 – Arranjos modulares, em plantas e volumes.

(Fonte: Costa, 2017)

Atendendo à demanda pela utilização de componentes industrializados, optou-se por uma organização simples para a forma do edifício, baseada na padronização e na modulação de elementos construtivos e componentes. A padronização foi adotada

para simplificar processos de fabricação dos elementos construtivos e a montagem desses, no canteiro de obras. A modulação, de 3,00 m, foi adotada por se mostrar adequada tanto à fabricação quanto à logística de transporte, bem como por ser compatível com diferentes sistemas de cultivo.

Foi proposta a utilização de peças estruturais com padrão de mercado, sem necessidade de adequações específicas, com repetição de peças e padronização de ligações. Assim, buscou-se maior racionalidade na fabricação e utilização das peças estruturais, de modo a propiciar resultado de mais baixo custo, favorecendo também maior controle de qualidade. Para a estrutura portante foram especificados perfis soldados, em peças estruturais que não ultrapassam 3,00 m, exceto perfis CS (coluna soldada) com seção H para pilares, com 9,00 m de comprimento, e perfis VS (viga soldada) com seção I para vigas principais, com 6,00 m de comprimento (Figura 5).

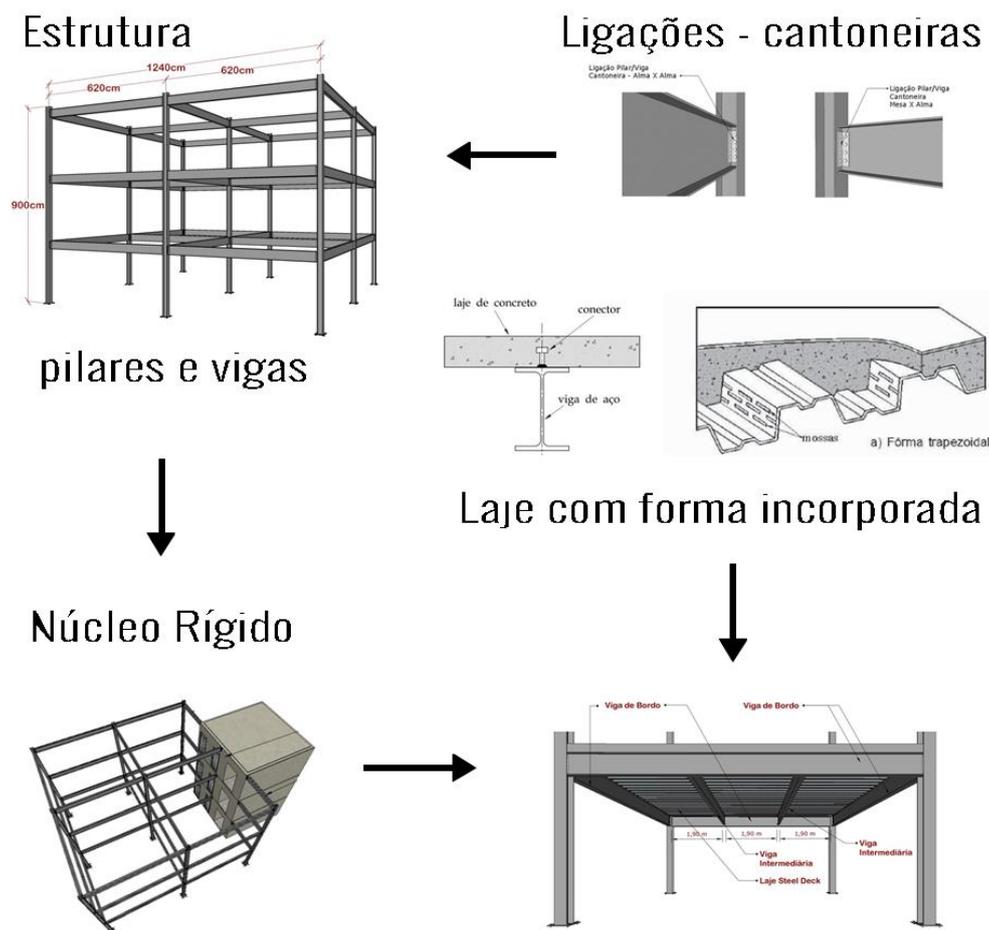


Figura 5 – Estrutura metálica – pilares, vigas, ligações, laje, núcleo rígido.

(Fonte: Costa, 2017)

Para as ligações entre pilares e vigas foi projetada a utilização de cantoneiras, prevendo-se apenas dois tipos de acoplamento: o primeiro conectando a alma da viga à alma do pilar e o segundo ligando a alma da viga à aba do pilar. Um núcleo rígido em concreto armado, abrigando a circulação vertical do edifício, foi concebido para estabilizar a estrutura metálica e absorver cargas horizontais (Figura 5).

Foram propostas lajes mistas, moldadas no local da obra com fôrmas incorporadas metálicas, de formato trapezoidal. Essas fôrmas se solidarizam com as vigas por meio de conectores de cisalhamento, trazendo maior rigidez ao conjunto da estrutura. Para apoiar essas lajes, que têm 36,00 m<sup>2</sup> de área, foram previstas vigas principais, que vencem vãos de 6,00 m de comprimento, reforçadas por um vigamento secundário, com espaçamento de 1,90 m (Figura 5).

Os painéis de fechamento externo foram propostos de modo a serem inseridos nos quadros definidos por pilares e vigas. Suas dimensões foram padronizadas de acordo com a modulação adotada para a estrutura. Para reduzir o trabalho de instalação no arcabouço estrutural, foi previsto que esses painéis, constituídos por perfis metálicos conformados a frio e placas cimentícias, chegassem montados ao canteiro de obra. Para possibilitar a montagem desses painéis de vedação pré-fabricados foram introduzidos montantes parafusados em furos oblongos, em desenho capaz de absorver deslocamentos verticais. Esse sistema de fechamento externo foi escolhido por ser ajustável à estrutura portante, permitindo maior agilidade e facilidade para execução (Figura 6).



Figura 6 - Painel de Vedação.

(Fonte: Costa, 2017)

Os painéis de fechamento externo foram concebidos de modo a possibilitar iluminação natural e ventilação natural cruzada, assegurando aeração para o cultivo, sem necessidade de indução mecânica.

Por se tratar de equipamento fixo, porém adaptável a diferentes composições do modelo edificado, o mobiliário utilizado para o cultivo no interior da edificação foi proposto como um elemento da edificação. Seus componentes são industrializados, de fácil manuseio e em sintonia com a macroestrutura do edifício: perfis leves, conformados a frio, comumente usados em estruturas de *Light Steel Framing* e em vedações internas do tipo *Drywall*. (Figura 7).

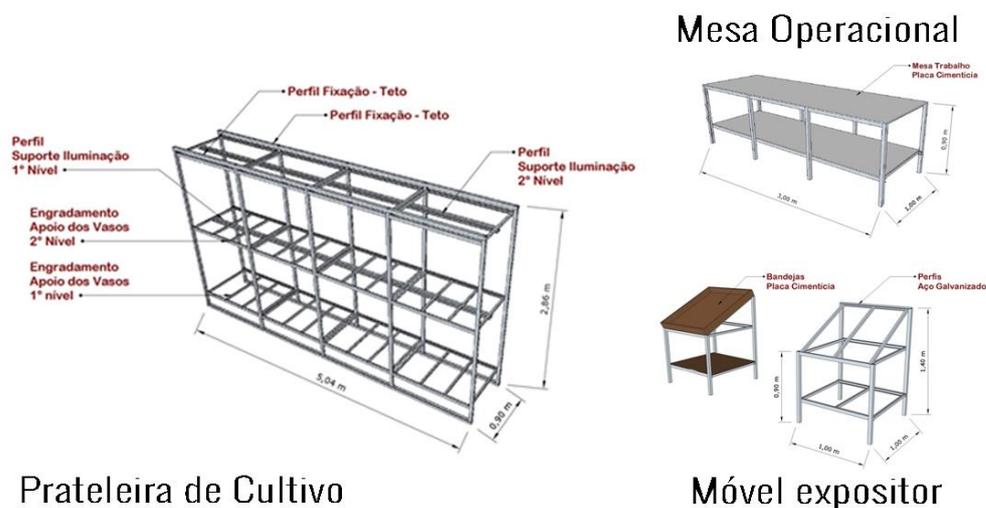


Figura 7 – Mobiliário Fixo.

(Fonte: Costa, 2017)

Com montagem simples, encaixados e aparafusados, estes perfis possibilitam configurar prateleiras, mesas de trabalho e balcões expositores. São utilizadas peças de, no máximo, 3,0 m de comprimento, de modo a facilitar o manuseio, a montagem e o transporte.

Ao propor a utilização de componentes industrializados na quase totalidade de seus elementos construtivos, o projeto busca obter melhores resultados nos processos envolvidos na produção dessa edificação e, mesmo, na sua manutenção. Procura, também, favorecer a operação do sistema de cultivo proposto.

### 2.2.1 Sistema de cultivo

O sistema de cultivo adotado é a aquaponia. Este simula um ecossistema por meio de uma associação entre a piscicultura, criação intensiva de peixes em tanques, e o cultivo de hortaliças e frutos por hidroponia, processo que dispensa a utilização da terra como substrato e emprega apenas água. (Brščan, 2015). Na recirculação de águas e nutrientes, a aquaponia permite o aproveitamento dos efluentes (Hundley e Navarro, 2013). Assim, a água circula pelo sistema saindo do tanque dos peixes, passando por filtros biológicos nos quais a amônia tóxica resultante da decomposição do nitrogênio orgânico presente nos restos de ração e nos dejetos produzidos pelos peixes é transformada por plantas e bactérias em nitrito e, a seguir, em nitrato, utilizado pelas plantas. (Hundley e Navarro, 2013). A água, então, retorna limpa ao tanque de peixes, em um ciclo fechado (Figura 8).



Figura 8 – Ciclo biológico da aquaponia  
(Fonte: Tudo Hidroponia, 2019)

O sistema mostra-se vantajoso para cultivo em ambientes fechados, com maior produtividade, tanto da piscicultura quanto da produção de hortaliças e frutos, e com baixo impacto no meio ambiente. (Hundley e Navarro, 2013). De fato, a aquaponia permite reduzir o consumo de água em até 90% em relação à agricultura tradicional (Brščan, 2015). Portanto a aquaponia tem características que se articulam ao conceito do modelo proposto.

## 2.2.2 Hidráulica e elétrica – sistemas alternativos

Para alimentação das descargas dos vasos sanitários e limpeza dos ambientes, foi prevista, além do sistema convencional de abastecimento de água, a coleta de água de chuva, a ser feita na laje de cobertura. Captada, a água de chuva seria direcionada para um sistema de tratamento de grandes partículas, situado no nível térreo (Figura 9).

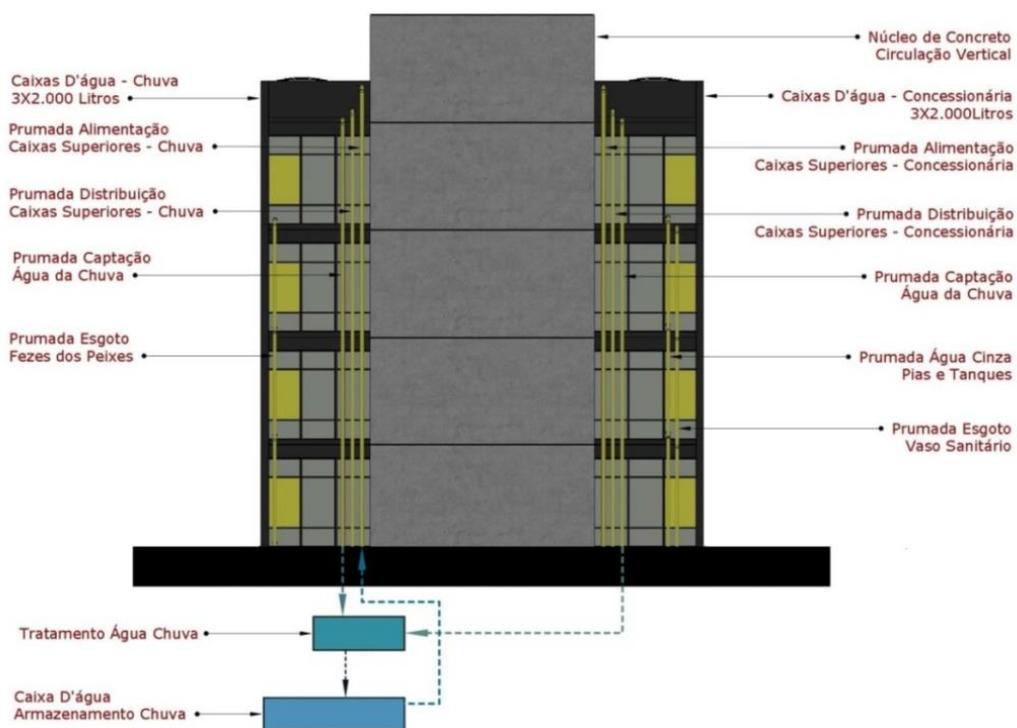


Figura 9 - Esquema das instalações hidráulicas – fachada posterior  
(Fonte: Costa, 2017)

Uma vez tratada, a água de chuva seria armazenada em outra caixa d'água, na cobertura, para ser distribuída a todos os pavimentos, que também contariam com água fornecida pela concessionária, assegurando o abastecimento no caso de estiagens. Associados, os dois sistemas possibilitariam reduzir significativamente o consumo de água tratada pela concessionária.

Foi previsto também um sistema de captação de energia solar, situado na cobertura do edifício (Figura 10), composto por placas fotovoltaicas, uma central transformadora e bateria. A quantidade de placas a serem instaladas dependeria do tamanho do edifício e de sua demanda por eletricidade. Nos casos em que a quantidade de placas

fotovoltaicas colocadas no terraço não fosse suficiente, painéis de fechamento vertical poderiam ser alterados para receber placas fotovoltaicas em seus vãos.

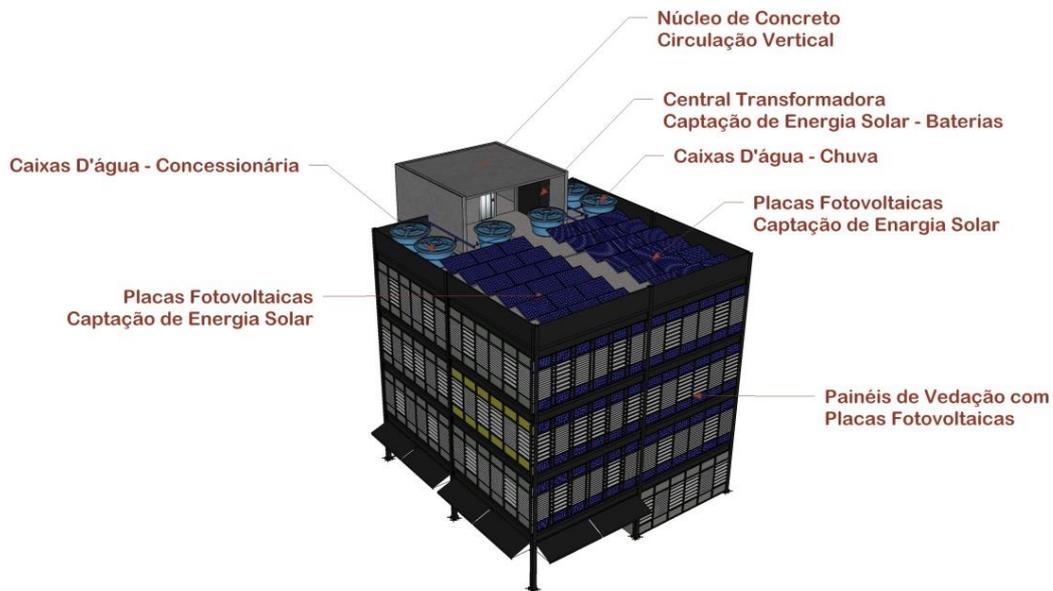


Figura 10 – Perspectiva isométrica do edifício - placas fotovoltaicas na cobertura  
(Fonte: Costa, 2017)

### 2.3 Ensaio sobre tipologias de implantação do modelo

Para estudar as condições de flexibilidade e adaptabilidade do modelo proposto foram desenvolvidas três implantações do edifício em terrenos diversos, em Belo Horizonte. O direcionamento dos processos de projeto foi preliminarmente estabelecido de modo a atender aos requisitos técnicos e funcionais das fazendas verticais, aliados aos requisitos necessários a uma adequada inserção urbana.

Para o funcionamento das fazendas verticais e operação do sistema de cultivo, atividades e usos foram distribuídas pelos andares, conforme suas demandas e características, observando-se as melhores condições de ventilação natural e de insolação do local. Independentemente da altura ou da geometria do edifício, todos os modelos simulados deveriam possuir, em seu pavimento térreo, um centro de distribuição do alimento produzido, funcionando como uma feira, aberta ao público, além dos ambientes necessários ao funcionamento do edifício e sua operação: área para funcionários, estoque, administração, lixo, carga e descarga.

Todos os pavimentos tipo teriam como finalidade exclusiva a produção de alimentos, com um sistema de aquaponia autônomo, composto por tanque de peixes, filtros e estantes para cultivo de vegetais. Essa configuração de sistemas independentes possibilitaria maior controle e melhor organização do cultivo. A maior eficiência dos processos encurtaria o ciclo de cultivo das plantas, proporcionando mais produtividade. Assim, a capacidade de produção de cada fazenda vertical estaria diretamente relacionada ao seu tamanho.

A primeira simulação - Modelo 1 - foi feita em um terreno plano, no Hipercentro de Belo Horizonte, próxima aos mercados centrais da cidade, com significativa demanda por alimentos frescos. No terreno escolhido funciona hoje um estacionamento, uso bastante comum na região. Considerou-se importante associar o programa do estacionamento existente ao do edifício da fazenda vertical. Para tanto, o estacionamento foi acomodado na lateral do terreno, em dois pavimentos com a mesma quantidade de vagas já explorada atualmente.

O pavimento tipo, com 190 m<sup>2</sup> de área, foi resolvido pela associação de um núcleo rígido e de quatro módulos de 6,00 m x 6,00 m. O Modelo 1 resultou em um edifício com nove pavimentos e 1.735m<sup>2</sup> de área construída (Figura 11).

Exemplificando a capacidade de produção de alimentos, com esta área o edifício produziria, em média, 5.900 pés de alface e 470 kg de tilápias por mês.



Figura 11 – Modelo 1, perspectivas externas. (Fonte: Costa, 2017)

Nas Figuras 12 e 13 são mostradas as soluções da feira, no pavimento térreo, e as áreas de cultivo, nos pavimentos tipo.



Figura 12 - Modelo 1, feira no nível térreo.

(Fonte: Costa, 2017)

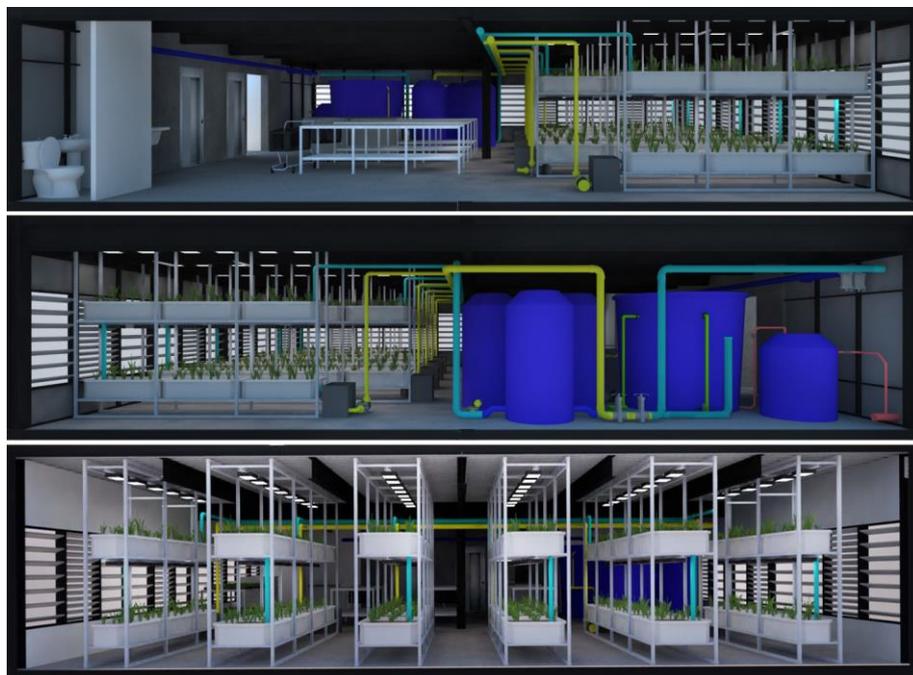


Figura 13 - Modelo 1, interior do pavimento tipo, sistema de aquaponia

(Fonte: Costa, 2017)

No pavimento de cobertura estariam locadas as placas com células fotovoltaicas para captação de energia solar e as caixas d'água necessárias à associação do reaproveitamento de água da chuva com a utilização de água fornecida pela concessionária. Na parte mais alta da fachada norte, placas com células fotovoltaicas seriam instaladas nos painéis de vedação externa do Modelo 1. Esse arranjo ampliaria as condições de captação de energia, para que a fazenda vertical pudesse alcançar maior sustentabilidade energética. (Figura 14).

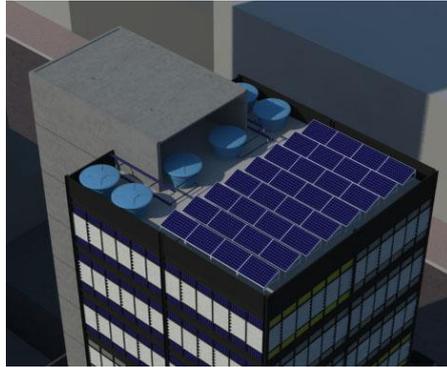


Figura 14 – Modelo 1, cobertura. (Fonte: Costa, 2017)

No segundo modelo também foi simulada implantação no Hipercentro de Belo Horizonte, num terreno de esquina, com topografia plana, localizado entre a Rodoviária e a Praça da Estação, em área comercial bastante degradada que abriga um depósito improvisado de materiais recicláveis.

A proposta arquitetônica do Modelo 2 articulou a fazenda vertical, com quatro pavimentos mais cobertura (1.024m<sup>2</sup>), a um galpão de materiais reciclados (340m<sup>2</sup>), mantendo a função econômica e social existente. Nesta área edificada, estima-se que o edifício produziria cerca de 2.650 pés de alface e 160 kg de tilápias por mês.

A implantação privilegiou afastamentos frontais mais largos para os pedestres. Nos fechamentos foi utilizado o aço patinável, explorando-se configurações cromáticas que indicam variadas possibilidades de inserção visual dos modelos em distintos contextos. O pavimento de cobertura abriga o sistema de captação de energia solar, as caixas d'água e também parte da produção de alimentos com módulos externos para cultivo, utilizando a técnica de hidroponia. (Figura 15).



Figura 15 – Modelo 2, perspectivas externas. (Fonte: Costa, 2017)

O Modelo 3 foi implantado em terreno com topografia em aclave e geometria irregular, distintas dos anteriores, nos limites entre um bairro e uma vila de autoconstruções de Belo Horizonte, ambos com grande densidade demográfica. Assim, esse equipamento buscaria atender às necessidades de uma comunidade carente, contribuindo para criação de novos empregos e promovendo educação ambiental.

Nesta proposta reduziu-se a altura do edifício e ampliou-se o pavimento tipo. Foram projetados quatro níveis, mais a cobertura, totalizando 688 m<sup>2</sup> de área construída, nos quais seria possível uma produção mensal de 1.400 pés de alface e 210 kg de tilápias. (Figura 16). Espaços livres no terreno foram utilizados para incorporar outros sistemas de aquaponia. Na cobertura, parte da área foi ocupada com camas de cultivo. Neste modelo, sendo a edificação menor, há menor consumo energético, reduzindo a demanda por captação de energia solar. Como os demais modelos apresentados, este também possui um espaço de feira. (Figura 17).

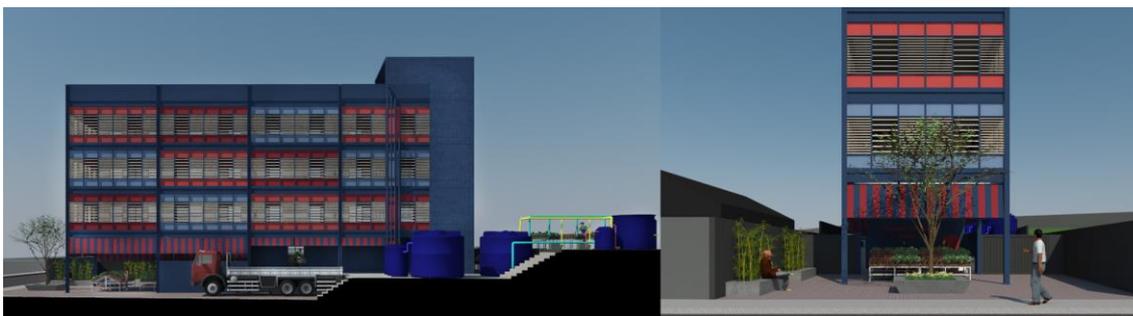


Figura 16 – Modelo 3 - perspectivas externas. (Fonte: Costa, 2017)



Figura 17 – Modelo 2 - volumetria. (Fonte: Costa, 2017)

Nos três modelos de implantação simulados, enfatizou-se a flexibilidade projetual, a partir da utilização de componentes metálicos padronizados. Os espaços arquitetônicos propostos para o sistema de cultivo adotado poderiam ser adaptados para a produção de vários outros tipos de vegetais e peixes, além daqueles exemplificados. Assim como as edificações poderiam ser implantadas em vários outros locais, aliando a capacidade produtiva das fazendas verticais ao potencial das edificações se constituírem como elementos de Acupuntura Urbana (Lerner, 2003), reabilitando áreas carentes de maior vitalidade.

### **3 Considerações finais**

Pretendeu-se, neste estudo, abordar o potencial arquitetônico da construção metálica para atender ao programa de edifícios de múltiplos pavimentos com funções de *fazendas verticais* urbanas, explorando-se estratégias projetuais de concepção arquitetônica baseadas na modularidade, flexibilidade e adaptabilidade dos espaços.

Por meio do desenvolvimento do projeto arquitetônico, verificou-se que a utilização de componentes metálicos industrializados, padronizados e modulares mostra-se eficiente para atender às necessidades de replicação do modelo e sua adaptabilidade para implantação em diferentes localidades. Esses componentes, utilizados na quase totalidade do edifício, proporcionariam obras relativamente rápidas, se comparada aos processos hegemônicos em concreto armado, obras secas e com pouco desperdício. (Araújo, 2017). A execução dos edifícios se resumiria à montagem de elementos prontos, pré-fabricados, que também poderiam ser desmontados e remontados em outros locais, em práticas mais sustentáveis que as atuais.

Assim, o estudo desenvolvido trouxe um conjunto de soluções e alternativas arquitetônicas pensadas para a realidade brasileira contemporânea e alinhadas à agenda mundial de redução do CO<sup>2</sup>. Técnicas de cultivo *indoor* das *fazendas verticais* propostas, mostram-se pertinentes para simplificar a cadeia produção/distribuição dos alimentos, em edifícios que teriam grande potencial para reabilitar e qualificar áreas centrais das cidades.

Ao articularem a tecnologia construtiva em aço e a ciência do cultivo *indoor*, as técnicas aplicadas à concepção de arquitetura das fazendas verticais urbanas apresentam-se como uma contribuição para o bem estar social e para que a atividade humana possa ser cada vez menos nociva ao meio ambiente.

#### 4 Agradecimentos

Os autores agradecem à UFOP (Universidade Federal de Ouro Preto) e ao Programa de Pós-Graduação em Construção Metálica.

#### 5 Referências

AQUINO, Adriana Maria de; ASSIS, Renato Linhares de. Agricultura orgânica em áreas urbanas e periurbanas com base na agroecologia. **Ambiente & Sociedade**, Campinas, v. 10, n. 1, p. 137-150, 2007. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/asoc/v10n1/v10n1a09.pdf>>. Acesso em: 21 maio 2019.

ARAÚJO, Luís Otávio Cocito de. **Benefícios do incremento das operações off-site em empreendimentos imobiliários**. ICEUBI 2017 - Internacional Congress on Engineering. A vision of future, Covilhã, Portugal, Universidade da Beira Interior, 2017. p. 989-1000.

BAUERMANN, Maristela. **Uma investigação sobre o processo de projeto em edifícios de andares múltiplos em aço**. 2002. 254f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto. 2002. Disponível em: <<http://www.propec.ufop.br/teses-e-dissertacoes/46/uma-investigacao-sobre-o-processo-de-projeto-em-edificios-de-andares-multiplos-em-aco>>. Acesso em: 21 maio 2019.

BELLEI, Ildony; PINHO, Fernando Ottoboni; PINHO, Mauro Ottoboni. **Edifícios de múltiplos andares em aço**. 2. ed. São Paulo: Pini, 2008.

BRŠĆAN, Ivan Marinović. Integrar criação de peixes com hortaliças economiza 90% de água e elimina químicos. **Notícias Embrapa**, Brasília, abr. 2015. Disponível em: <<https://www.embrapa.br/busca-de-noticias/-/noticia/2767622/integrar-criacao-de-peixes-com-hortalicas-economiza-90-de-agua-e-elimina-quimicos>>. Acesso em: 21 maio. 2019.

CHING, Francis D. K.; ONOUY, Barry S.; ZUBERBUHLER, Douglas. **Sistemas estruturais ilustrados**. Porto Alegre: Bookman, 2014.

CHO, Renée. Vertical Farms: from vision to reality. **State of the Planet. News from the Earth Institute**. New York, Oct., 13, 2011. Disponível em: <<https://blogs.ei.columbia.edu/2011/10/13/vertical-farms-from-vision-to-reality/>>. Acesso em: 28 maio 2019.

COSTA, Lucas Leite. **Sistema metálico modular para agricultura urbana: uma nova abordagem na cadeia produtiva dos alimentos para cidades do século XXI**. 2017.

112f. Dissertação (Mestrado Profissional em Construção Metálica) - Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2017.

DESPOMMIER, Dickson. **The Vertical Farm, Feeding the World in 21st Century**. New York: Picador, 2010.

DESPOMMIER, Dickson. Rationale for Vertical Farms. **The Vertical Farm Essays**, New York, Aug. 2015. Disponível em: <[http://www.verticalfarm.com/?page\\_id=36](http://www.verticalfarm.com/?page_id=36)>. Acesso em: 28 maio 2019.

DESPOMMIER, Dickson. Status of Vertical Farms 2018. **The Vertical Farm Essays**, New York, Dec. 2018. Disponível em: <[http://www.verticalfarm.com/?page\\_id=75](http://www.verticalfarm.com/?page_id=75)>. Acesso em: 28 maio 2019. DESPOMMIER, Dickson. Status of Vertical Farms 2018. **The Vertical Farm Essays**, New York, Dec. 2018. Disponível em: <[http://www.verticalfarm.com/?page\\_id=75](http://www.verticalfarm.com/?page_id=75)>. Acesso em: 28 maio 2019.

GERVÁSIO, Helena Maria. **A sustentabilidade do aço e das estruturas metálicas: contribuições técnicas** – Construmetal 2008 - Congresso Latino-Americano da Construção Metálica. São Paulo. 2008. ISSN: 1414-6517. Disponível em: <<https://www.abcem.org.br/construmetal/2008/contribuicoes2.php>>. Acesso em: 28 maio 2019.

HUNDLEY, Guilherme Crispim; NAVARRO, Rodrigo Diana. Aquaponia: integração entre piscicultura e hidroponia. **Revista Brasileira de Agropecuária Sustentável**.

LERNER, Jaime. **Acupuntura urbana**. Rio de Janeiro: Record, 2003.

MACHADO, Altair Toledo; MACHADO, Cynthia Torres de Toledo. **Agricultura urbana**. Planaltina, DF: Embrapa Cerrados, 2002. Disponível em: <<https://ciorganicos.com.br/wp-content/uploads/2016/10/Agriurbana-EMBRAPA.pdf>>. Acesso em: 28 maio 2019.

PINTO, Tarcísio de Paula. **Metodologia para gestão diferenciada de resíduos sólidos da construção urbana**. 1999, 189p. Tese (Doutorado em Engenharia) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo. 1999.

SALSA, Carla. Geração de resíduos de construção civil: desafios e soluções. **Revista Eletrônica EcoDebate**, Mangaratiba, RJ, maio 2009. Disponível em: <<https://www.ecodebate.com.br/2009/05/18/geracao-de-residuos-de-construcao-civil-desafios-e-solucoes-artigo-de-carol-salsa/>>. Acesso em 28 maio 2019.

SERRA, Geraldo Gomes. **Pesquisa em arquitetura e urbanismo**: guia prático para o trabalho de pesquisadores em pós-graduação. São Paulo: EDUSP, 2006.

TEIXEIRA, Renata Bacelar. **Análise da gestão do processo de projeto estrutural em construções metálicas**. 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2007.

TUDOHIDROPONIA. **Tudo hidroponia**. Disponível em: <<http://tudohidroponia.net/o-que-e-aquaponia/>>. Acesso em 28 fev. 2017.

WEBER THOMPSON. Newark Vertical Farm. **Weber Thompson Architects**, Seattle, Estados Unidos, 2019. Disponível em: <<http://www.weberthompson.com/projects/321?tag=Innovation+%26+Research>>. Acesso em: 28 maio 2019.

## Confiabilidade de vigas de aço dimensionadas de acordo com a norma brasileira NBR 8800:2008

Wagner Carvalho Santiago<sup>1\*</sup>, Vanessa Bezerra de Almeida<sup>2</sup> e Tiago de Macedo Souza<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Professor Adjunto, Colegiado de Engenharia Civil, Universidade Federal do Vale do São Francisco, wagner.santiago@univasf.edu.br

<sup>2</sup> Graduanda, Colegiado de Engenharia Civil, Universidade Federal do Vale do São Francisco, vbezerraalmeida@hotmail.com

<sup>3</sup> Graduando, Colegiado de Engenharia Civil, Universidade Federal do Vale do São Francisco, tiagofla98.macdos@hotmail.com

### Reliability of steel beams designed in accordance with Brazilian code NBR 8800:2008

#### Resumo

Este artigo apresenta um estudo acerca da segurança de vigas de aço dimensionadas de acordo com a norma brasileira NBR 8800:2008. O trabalho está fundamentado na teoria de confiabilidade estrutural, que permite uma representação explícita das incertezas envolvidas em termos das resistências e ações. No tocante às resistências, são consideradas vigas com dois tipos de aços estruturais, dezoito perfis laminados e dezoito perfis soldados. No que tange às ações, são consideradas sete razões entre carregamentos acidental e permanente ( $q_n/g_n$ ), e sete razões entre carregamentos do vento e permanente ( $w_n/g_n$ ). Os resultados mostram que vigas submetidas a maiores razões entre carregamentos tendem a apresentar menores níveis de segurança.

**Palavras-chave:** Segurança, confiabilidade, estruturas metálicas, vigas.

#### Abstract

This paper presents a study on the safety of steel beams designed in accordance with Brazilian code NBR 8800:2008. The work is based on reliability theory, which allows an explicit representation of the uncertainties involved in terms of resistances and actions. Regarding the resistances, this study considers beams with two structural steel, eighteen rolled steel sections and eighteen welded steel sections. In terms of actions, this work considers seven ratios between live and dead loads ( $q_n/g_n$ ), and seven ratios between wind and dead loads ( $w_n/g_n$ ). Results show that higher ratios between loads tend to reduce the level of safety of beams.

**Keywords:** Safety, reliability, steel structures, beams.

\* autor correspondente

## 1 Introdução

Todo projeto estrutural envolve incertezas relacionadas com a capacidade resistente da estrutura e com as ações que atuarão sobre ela durante e após a sua construção. As principais normas de projeto, brasileiras e estrangeiras, consideram essas incertezas através do método dos estados limites, que propõe fronteiras entre comportamentos estruturais desejáveis e indesejáveis.

A NBR 8800 (2008), que baliza o dimensionamento de estruturas de aço no Brasil, prescreve coeficientes parciais de segurança que visam controlar o risco contra falha. Esses coeficientes majoram as ações e minoram a resistência dos elementos estruturais, de modo a criar uma margem de segurança em relação às principais incertezas.

Acontece que os coeficientes parciais de segurança da NBR 8800 (2008) não derivam de um processo de calibração alinhado com a realidade do país, o que evidencia a necessidade de estudos que avaliem de maneira probabilística o nível de segurança das estruturas de aço brasileiras.

Uma primeira calibração dos coeficientes indicados na NBR 8800 (2008) foi endereçada por Souza Junior (2009); e, mais recentemente, uma outra mais completa foi procedida por Santiago (2019), ambas no âmbito do departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.

Esses e outros estudos reforçam não apenas a importância da calibração dos coeficientes atualmente recomendados na NBR 8800 (2008), mas também a de análises de confiabilidade que sinalizem o panorama da segurança das estruturas de aço projetadas e construídas no Brasil.

Desta forma, este trabalho objetiva a realização de um amplo estudo acerca da segurança de vigas de aço dimensionadas em conformidade com as prescrições da NBR 8800 (2008). Estando ele fundamentado na teoria de confiabilidade estrutural, que permite uma estimativa da segurança através do índice de confiabilidade ( $\beta$ ).

## 2 Confiabilidade Estrutural

A confiabilidade estrutural está relacionada com o grau de confiança que uma estrutura tem em cumprir propósitos estabelecidos em projeto por um determinado período de referência (Thoft-Christensen e Murotsu, 1986).

Em função das inúmeras incertezas presentes em um projeto estrutural, é comum que exista discrepância entre o comportamento real e teórico de uma estrutura. Neste contexto, o principal propósito de uma análise de confiabilidade é quantificar a segurança de um problema de engenharia a partir da consideração das incertezas intrínsecas à estrutura.

Entre os métodos mais utilizados em análises de confiabilidade, ganha destaque o método de confiabilidade de primeira ordem ou FORM – *First Order Reliability Method* (Hasofer e Lind, 1974). Apesar de não ser novo, ainda hoje este método se mostra adequado justamente por sua rapidez e precisão ao tratar de problemas que não apresentam grandes não-linearidades.

O FORM parte da construção de uma função conjunta de distribuição de probabilidades baseada nas distribuições de probabilidades de todas as variáveis aleatórias envolvidas no problema. Este método ainda envolve a transformação do vetor de variáveis aleatórias  $\mathbf{X}$ , com distribuição qualquer, em um conjunto  $\mathbf{Y}$  de variáveis aleatórias normais com média nula e desvio-padrão unitário (Beck, 2019).

A função conjunta de distribuição de probabilidades no espaço normal padrão, também chamada de distribuição normal padrão multi-variável ou multi-dimensional, permite o encontro do índice de confiabilidade que corresponde ao ponto sobre o domínio de falha com maior probabilidade de ocorrência.

Portanto, a solução costuma ser encontrada através da resolução de um problema de otimização por métodos numéricos baseados em algoritmos como o de Hasofer, Lind, Rackwitz e Fiessler (HLRF), haja vista que o índice de confiabilidade corresponde à menor distância entre a equação de estado limite e a origem do espaço normal padrão.

Através dos coeficientes de sensibilidade ( $\alpha$ ), o FORM ainda permite a avaliação da importância relativa de cada uma das variáveis aleatórias integrantes do problema. Esses coeficientes, que nada mais são do que os cossenos diretores do hiper-plano, correspondem à razão entre o vetor gradiente e o seu próprio módulo.

### **3 Metodologia**

O trabalho está dividido em duas grandes etapas: a primeira envolve o levantamento das estatísticas relacionadas com os materiais, as ações e os modelos de cálculo das vigas de aço brasileiras, enquanto a segunda consiste em aferir a segurança propriamente dita dessas vigas.

Na primeira etapa do estudo, são determinadas as propriedades estatísticas das principais variáveis aleatórias de resistência e sollicitação. É justamente nela que são ajustadas as distribuições que representam o comportamento das variáveis consideradas no problema.

Na segunda etapa do trabalho, por sua vez, são encontrados os índices de confiabilidade para diferentes situações de projeto de vigas de aço dimensionadas e construídas no Brasil.

### **4 Variáveis Aleatórias**

Nesta seção são apresentadas as principais variáveis aleatórias de resistência e sollicitação associadas com as vigas de aço brasileiras, sendo que as distribuições daquelas não disponíveis na literatura foram ajustadas a partir de testes de aderência (Chi-Quadrado, Kolmogorov-Smirnov e Anderson-Darling), após a eliminação prévia dos dados não pertencentes ao grupo (*outliers*).

#### **4.1 Variáveis de resistência**

A Tabela 1 apresenta um apanhado dos resultados das principais variáveis aleatórias de resistência vinculadas com vigas de aço montadas no Brasil: resistência ao escoamento de perfis e chapas para uso estrutural ( $f_y$ ), módulo resistente plástico ( $Z$ ), módulo resistente elástico ( $W$ ), altura ( $d$ ), espessura da alma ( $t_w$ ) e erro de modelo de resistência ( $E_{m,r}$ ). Cabe salientar que as médias estão escritas em função dos respectivos valores característicos ou nominais.

**Tabela 1 - Variáveis aleatórias de resistência.**

Variável Aleatória	Distribuição	Média	C.V.	Fonte	
$f_y$	ASTM A36	Normal	$1,34.f_{yk}$	0,09	Santiago (2019)
	ASTM A572 GR50	Normal	$1,22.f_{yk}$	0,08	Santiago (2019)
	Z	Normal	$Z_n$	0,04	JCSS (2001)
	W	Normal	$W_n$	0,04	JCSS (2001)
$E_{m,r}$	d	Normal	$d_n$	$3,0\text{mm}/d_n$	JCSS (2001), NBR 15980 (2011) e NBR 5884 (2013)
	$t_w$	Normal	$t_{wn}$	$0,5\text{mm}/t_{wn}$	JCSS (2001), NBR 15980 (2011) e NBR 5884 (2013)
	Flexão	Normal	1,02	0,10	Ellingwood <i>et al.</i> (1980)
	Cisalhamento	Normal	1,03	0,11	Ellingwood <i>et al.</i> (1980)

A variável  $f_y$  foi construída com base em mais de 1,1 mil resultados de ensaios de resistência à tração procedidos em perfis e chapas de aço com função estrutural provenientes de diferentes lotes produzidos no Brasil e na China entre os anos de 2012 e 2016; tendo os dados sido fornecidos pela fabricante ArcelorMittal Brasil, bem como pelas empresas brasileiras de montagem SIDERTEC e Aço Vertical.

A impossibilidade de realização de um estudo experimental fez com que neste trabalho fossem adotadas para as variáveis Z, W, d e  $t_w$  as distribuições propostas pelo JCSS (2001), devidamente associadas com as prescrições das normas NBR 15980 (2011) e NBR 5884 (2013).

Como os modelos de dimensionamento de vigas metálicas são similares no Brasil e nos Estados Unidos da América; então foram empregados para a variável  $E_{m,r}$  os resultados propostos por Ellingwood *et al.* (1980). Porém, cabe destacar que tais resultados foram obtidos na época da primeira calibração AISC em estados limites para perfis laminados.

#### 4.2 Variáveis de solicitação

A Tabela 2 apresenta um resumo dos resultados das principais variáveis aleatórias de solicitação associadas com vigas de aço edificadas no Brasil: ação permanente (g), ação acidental em um ponto arbitrário do tempo ( $q_{apt}$ ), ação acidental máxima de 50 anos ( $q_{50}$ ), ação do vento máximo anual ( $w_1$ ), ação do vento máximo de 50 anos ( $w_{50}$ ) e erro de modelo de solicitação ( $E_{m,s}$ ). Cabe destacar que as médias estão escritas em função dos respectivos valores nominais.

**Tabela 2 - Variáveis aleatórias de solicitação.**

Variável Aleatória	Distribuição	Média	C.V.	Fonte
$g$	Normal	$1,06.g_n$	0,12	Santiago (2019)
$q_{apt}$	Gamma	$0,25.q_n$	0,55	Santiago (2019)
$q_{50}$	Gumbel	$0,90.q_n$	0,28	Este Trabalho
$w_1$	Gumbel	$0,33.w_n$	0,47	Beck e Souza Jr (2010)
$w_{50}$	Gumbel	$0,90.w_n$	0,34	Beck e Souza Jr (2010)
$E_{m,s}$	Flexão	1,00	0,10	JCSS (2001)
	Cisalhamento	1,00	0,10	JCSS (2001)

Para a variável  $g$ , que corresponde às cargas que atuam de forma praticamente constante no horizonte da vida útil da estrutura, foi considerado o resultado proposto por Santiago (2019); haja vista que ele foi obtido a partir da modelagem de um mesmo edifício de múltiplos pavimentos por doze renomados engenheiros calculistas que atuam em diferentes estados do país.

Para as variáveis  $q_{apt}$  e  $q_{50}$ , que compreendem as cargas que apresentam grande variação em uma estrutura ao longo da sua vida útil, foram adotados resultados adaptados de Santiago (2019); uma vez que foi considerado um período de retorno de 140 anos para que os resultados se alinhassem com as premissas da NBR 6120 (2019).

Para as variáveis  $w_1$  e  $w_{50}$ , que correspondem à pressão exercida pelo vento no horizonte da vida útil da estrutura, foram considerados os resultados estabelecido por Beck e Souza Jr (2010); isso porque eles derivam de ajustes feitos a partir de séries históricas da velocidade do vento em diferentes estações de medições no país.

Para a variável  $E_{m,s}$ , que está relacionada com as incertezas na determinação das ações atuantes em um projeto, foi adotada a prescrição do JCSS (2001); vide que há hoje uma escassez de trabalhos sobre esse tema.

## 5 Análise de confiabilidade

Nesta seção são apresentados os casos considerados na análise de confiabilidade: vigas de aço dimensionadas para resistir esforços de flexão e de cisalhamento com dois tipos de aços estruturais, dezoito perfis laminados, dezoito perfis soldados, sete razões

entre carregamentos acidental e permanente ( $q_n/g_n$ ), e sete razões entre carregamentos do vento e permanente ( $w_n/g_n$ ).

Visando avaliar a influência do tipo de aço na capacidade resistente de vigas, foram considerados um representante de aço-carbono (ASTM A36) e outro de aço de baixa liga e alta resistência mecânica (ASTM A572 GR50).

Com a máxima de analisar o impacto de diferentes perfis laminados, foram consideradas as seguintes bitolas: W 150 x 13, W 150 x 29,8, W 200 x 15, W 200 x 46,1, W 250 x 17,9, W 250 x 73, W 310 x 21, W 310 x 70, W 360 x 32,9, W 360 x 91, W 410 x 38,8, W 410 x 75, W 460 x 52, W 460 x 89, W 530 x 66, W 530x 92, W 610 x 101 e W 610 x 174.

Objetivando aferir a influência de diferentes perfis soldados, foram consideradas as seguintes bitolas: VS 400 x 68, VS 450 x 71, VS 500 x 86, VS 550 x 88, VS 600 x 125, VS 650 x 128, VS 700 x 137, VS 750 x 140, VS 800 x 143, VS 850 x 155, VS 900 x 159, VS 950 x 162, VS 1000 x 180, VS 1100 x 199, VS 1200 x 244, VS 1300 x 281, VS 1400 x 309, VS 1500 x 319.

Com a métrica de averiguar o impacto de diferentes proporções entre carregamentos, foram considerados sete razões entre carregamentos acidental e permanente ( $q_n/g_n=0; 0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 3,0$  e  $5,0$ ), e sete razões entre carregamentos do vento e permanente ( $w_n/g_n=0; 0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 3,0$  e  $5,0$ ).

A partir da seleção do tipo de aço, do perfil e das razões entre carregamentos, foi possível encontrar a ação permanente nominal ( $g_n$ ) atuante na viga (Equação 1). Na sequência, foi possível encontrar a ação acidental nominal ( $q_n$ ) e a ação do vento nominal ( $w_n$ ). Cabe destacar que foram adotados  $\gamma_g=1,4$ ,  $\gamma_q=1,5$ ,  $\gamma_w=1,4$ ,  $\psi_q=0,5/0,7/0,8$  e  $\psi_w=0,6$ .

$$g_n = \begin{cases} \frac{R_D}{\gamma_g + \gamma_q \cdot (q_n/g_n) + \gamma_w \cdot \psi_w \cdot (w_n/g_n)} \\ \frac{R_D}{\gamma_g + \gamma_w \cdot (w_n/g_n) + \gamma_q \cdot \psi_q \cdot (q_n/g_n)} \end{cases} \quad (1)$$

Sendo  $R_D$  o carregamento máximo admitido, tendo ele sido encontrado em função das prescrições das normas que balizam o dimensionamento de vigas de aço no território brasileiro.

As equações de estados limites utilizadas na determinação dos índices de confiabilidade durante todo o estudo estão expressas na Equação 2, estando elas fundamentadas na regra de Turkstra (1970).

$$\begin{cases} g_1(X) = E_{m,r} \cdot R(f_y, Z, \dots) - E_{m,s} \cdot S(g + q_{50} + w_1) = 0 \\ g_2(X) = E_{m,r}^R \cdot R(f_y, Z, \dots) - E_{m,s} \cdot S(g + q_{apt} + w_{50}) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Sendo  $R(\cdot)$  uma função de resistência e  $S(\cdot)$  uma função de solicitação; cabendo destacar que essas duas equações foram usadas por serem válidas para as cinco combinações de carregamento que derivam da equação de combinações utilizada no dimensionamento de estruturas no Brasil, vide a NBR 8681 (2003).

Por fim, toda a análise foi feita através do método de confiabilidade de primeira ordem (FORM) disponível no programa StRANd – *Structural Reliability Analysis and Design* – desenvolvido junto ao Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos por Beck (2007).

### 5.1 Vigas sujeitas à flexão

A Equação 3 ilustra a função de resistência considerada nas equações de estados limites associadas com as vigas de aço fletidas em relação ao maior eixo de momento de inércia.

$$R = \begin{cases} \frac{Z \cdot f_y}{\gamma_{a1}} & (\text{se } \lambda \leq \lambda_p) \\ \frac{C_b}{\gamma_{a1}} \cdot \left[ Z \cdot f_y - (Z \cdot f_y - M_r) \cdot \left( \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right) \right] & (\text{se } \lambda_p < \lambda \leq \lambda_r) \\ \frac{M_{cr}}{\gamma_{a1}} & (\text{se } \lambda > \lambda_r) \end{cases} \quad (3)$$

Sendo  $C_b$  o fator modificador do diagrama de momento fletor,  $M_r$  o momento elástico,  $M_{cr}$  o momento crítico,  $\lambda$  o parâmetro de esbeltez do elemento considerado,  $\lambda_p$  o parâmetro de esbeltez de plastificação e  $\lambda_r$  o parâmetro de esbeltez elástico.

Portanto, a capacidade resistente de cada uma das vigas de aço analisadas correspondeu ao menor dos valores encontrados entre os seguintes estados limites de instabilidade: flambagem local da alma (FLA) e flambagem local da mesa (FLM), ambos com  $\gamma_{a1}=1,1$ . Neste estudo não foi considerada a flambagem lateral por torção (FLT) por ter sido assumido que as vigas estavam contidas lateralmente.

Para o estado limite de flambagem local da alma (FLA), a Equação 4 expressa as formulações usadas na determinação dos momentos elástico e crítico, enquanto a Equação 5 apresenta as expressões empregadas na determinação dos parâmetros de esbeltez.

$$\text{Momentos resistentes} = \begin{cases} M_r = W \cdot f_y \\ M_{cr} \rightarrow N/A \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{Parâmetros de esbeltez} = \begin{cases} \lambda = \frac{d}{t_w} \\ \lambda_p = 3,76 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} \\ \lambda_r = 5,70 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} \end{cases} \quad (5)$$

Para o estado limite de flambagem local da mesa (FLM), a Equação 6 ilustra as formulações usadas na determinação dos momentos elástico e crítico, enquanto a Equação 7 apresenta as expressões empregadas na determinação dos parâmetros de esbeltez.

$$\text{Momentos resistentes} = \begin{cases} M_r = W \cdot 0,7 \cdot f_y \\ M_{cr} = \frac{0,69 \cdot E \cdot W}{\lambda^2} \quad (\text{perfis laminados}) \\ M_{cr} = \frac{4}{\sqrt{\frac{d}{t_w}}} \cdot \frac{0,90 \cdot E \cdot W}{\lambda^2} \quad (\text{perfis soldados}) \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{Parâmetros de esbeltez} = \begin{cases} \lambda = \frac{b_f}{2 \cdot t_f} \\ \lambda_p = 0,38 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} \\ \lambda_r = 0,83 \cdot \sqrt{\frac{E}{0,7 \cdot f_y}} \quad (\text{perfis laminados}) \\ \lambda_r = 0,95 \cdot \sqrt{\frac{4}{\sqrt{\frac{d}{t_w}}}} \cdot \sqrt{\frac{E}{0,7 \cdot f_y}} \quad (\text{perfis soldados}) \end{cases} \quad (7)$$

Sendo  $b_f$  a largura da mesa,  $t_f$  a espessura da mesa e  $E$  o módulo de elasticidade; cabendo salientar que tanto para o aço ASTM A36 como para o aço ASTM A572 GR50 foi adotado  $E$  igual a 200.000 GPa, conforme prescrição da NBR 8800 (2008).

Para os dois estados limites considerados, o coeficiente  $C_b$  empregado foi igual a 1,0, isso porque tal coeficiente só assume algum valor diferente deste no estado limite de flambagem lateral por torção (FLT).

## 5.2 Vigas sujeitas ao cisalhamento

A Equação 8 expressa a função de resistência considerada nas equações de estados limites associadas com as vigas de aço dimensionadas para resistir esforços decorrentes do cisalhamento com  $\varphi_{a1}=1,1$ .

$$R = \begin{cases} \frac{0,60 \cdot d \cdot t_w \cdot f_y}{\varphi_{a1}} & (\text{se } \lambda \leq \lambda_p) \\ \left(\frac{\lambda_p}{\lambda}\right) \cdot \frac{0,60 \cdot d \cdot t_w \cdot f_y}{\varphi_{a1}} & (\text{se } \lambda_p < \lambda \leq \lambda_r) \\ 1,24 \cdot \left(\frac{\lambda_p}{\lambda}\right)^2 \cdot \frac{0,60 \cdot d \cdot t_w \cdot f_y}{\varphi_{a1}} & (\text{se } \lambda > \lambda_r) \end{cases} \quad (8)$$

Como neste trabalho foram consideradas vigas fletidas em relação ao eixo perpendicular à alma, os parâmetros de esbeltez foram encontrados conforme a Equação 9.

$$\text{Parâmetros de esbeltez} = \begin{cases} \lambda = \frac{d}{t_w} \\ \lambda_p = 1,10 \cdot \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{f_y}} \\ \lambda_r = 1,37 \cdot \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{f_y}} \end{cases} \quad (9)$$

sendo  $k_v$  o coeficiente que modifica os valores de  $\lambda_p$  e  $\lambda_r$  em função da existência ou não de enrijecedores ao longo do comprimento da viga; cabendo destacar que foi adotado  $k_v$  igual a 5,0, haja vista que foram consideradas vigas cujas almas não contavam com enrijecedores transversais.

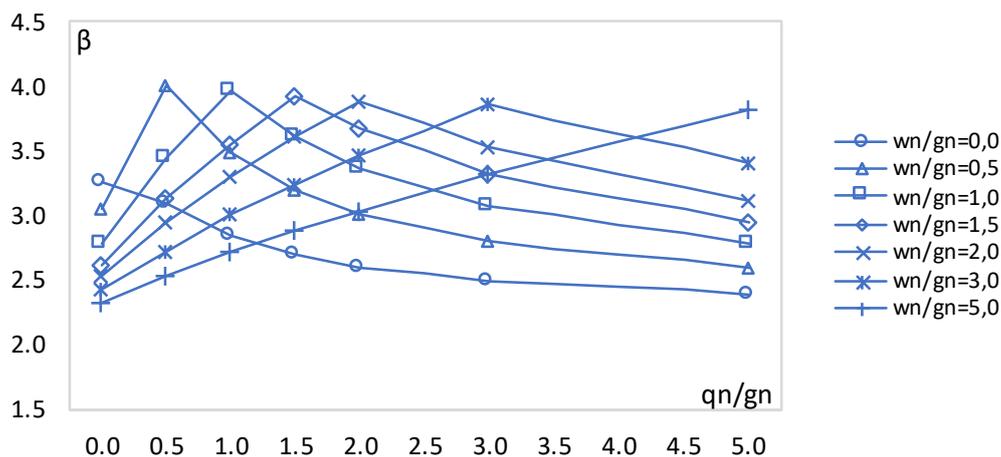
No mais, assim como no caso das vigas fletidas, o módulo de elasticidade (E) foi considerado igual a 200.000 GPa tanto para o aço ASTM A36 como para o aço ASTM A572 GR50.

## 6 Resultados

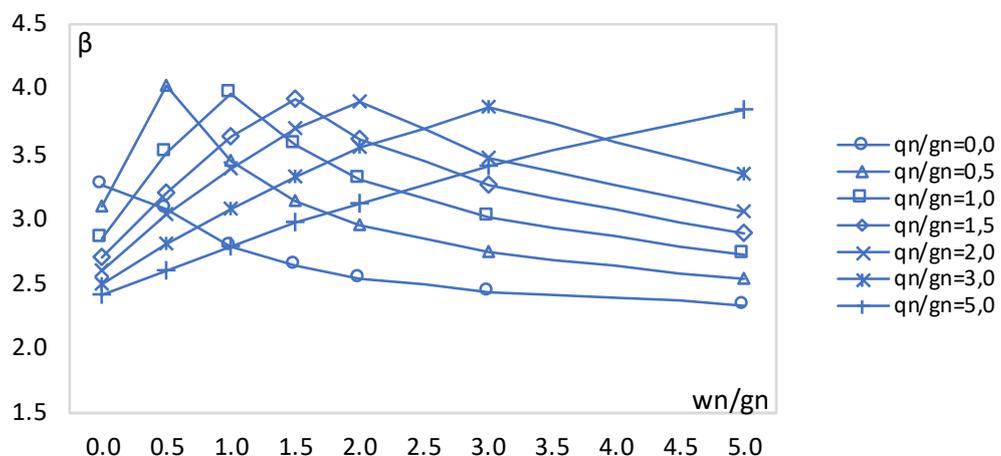
Nesta seção são apresentados os resultados oriundos da análise de confiabilidade propriamente dita, estando eles devidamente categorizados para permitir uma melhor compreensão do assunto.

### 6.1 Vigas sujeitas à flexão

A Figura 1 apresenta os índices de confiabilidade determinados para uma viga dimensionada para resistir esforços de flexão com aço estrutural ASTM A36, perfil W 610 x 174 e  $\psi_q$  de 0,5.



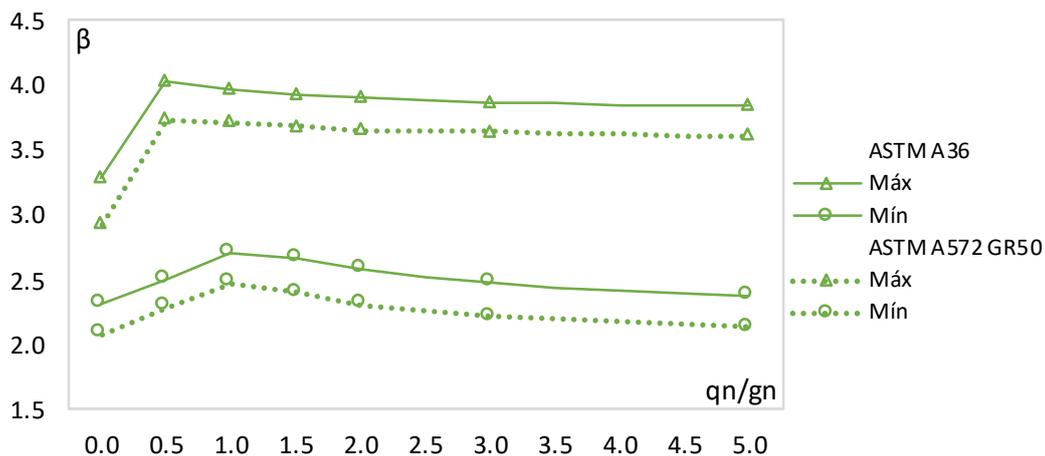
a) Índices de confiabilidade em função da razão entre ações acidental e permanente.



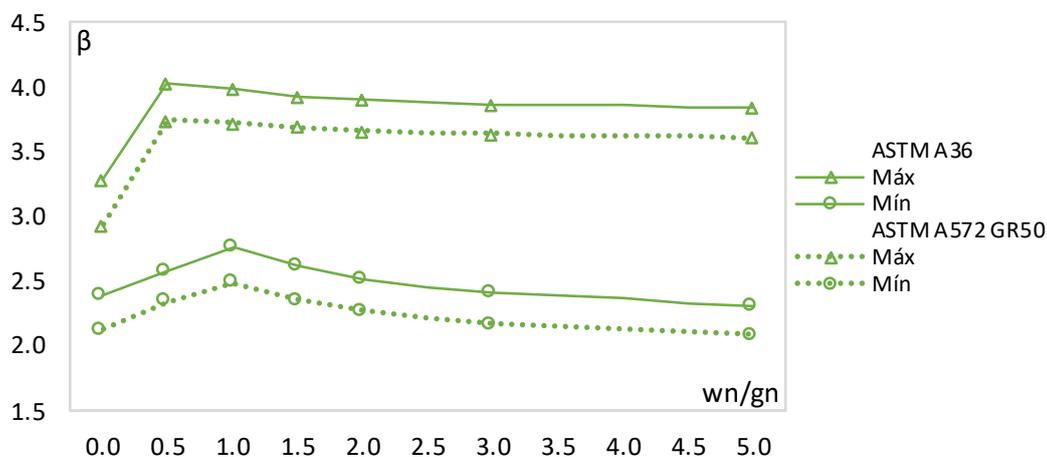
b) Índices de confiabilidade em função da razão entre ações do vento e permanente.

**Figura 1 – Índices de confiabilidade para um exemplo de viga de aço submetida à flexão.**

Extrapolando para as demais configurações de vigas consideradas, a Figura 2 ilustra os limites superior e inferior dos índices de confiabilidade em função do tipo de aço. Esta figura evidencia que as vigas projetadas com aço ASTM A36 tendem a apresentar maiores índices de confiabilidade que aquelas projetadas com aço ASTM A572 GR50. Esse resultado decorre do fato da variável  $f_y$  apresentar uma maior média relativa à resistência característica de escoamento no caso do aço ASTM A36.



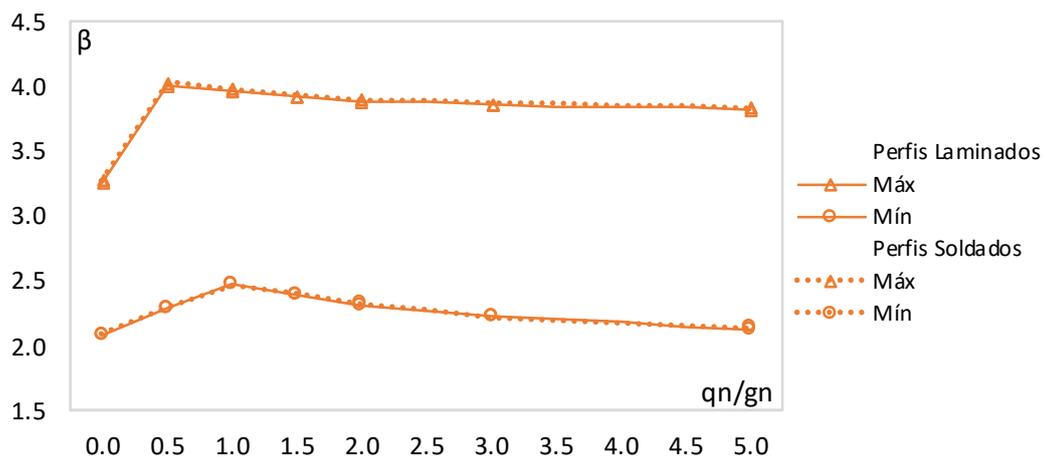
a) Limites em função da razão entre ações acidental e permanente.



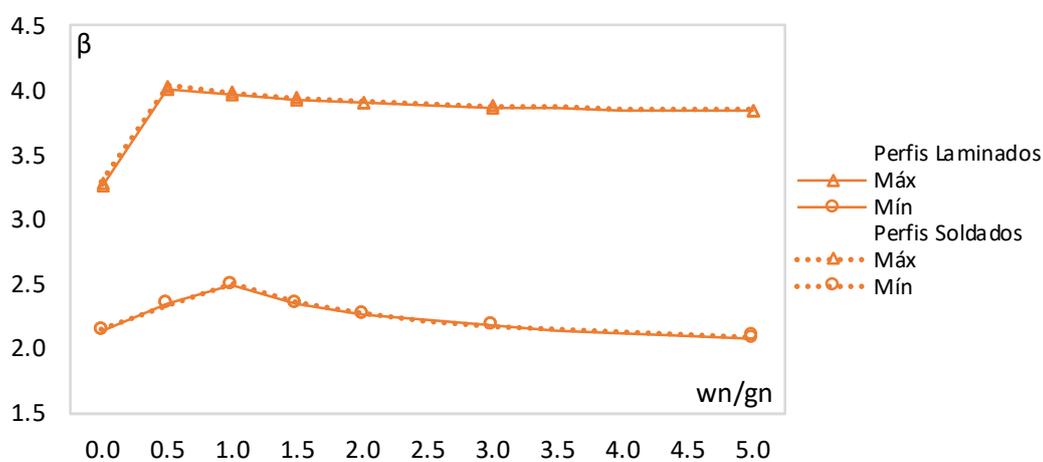
b) Limites em função da razão entre ações do vento e permanente.

**Figura 2 – Variações limites dos índices de confiabilidade de acordo com o tipo de aço para vigas submetidas à flexão.**

A Figura 3, por sua vez, denota os limites superior e inferior dos índices de confiabilidade em relação ao tipo de perfil. Esta figura demonstra que não há maiores diferenças entre os resultados para perfis soldados e laminados, ainda que a norma NBR 8800 (2008) prescreva equações diferentes para  $M_{cr}$  e  $\lambda_r$  no caso dos perfis soldados.



a) Limites em função da razão entre ações acidental e permanente.



b) Limites em função da razão entre ações do vento e permanente.

**Figura 3 – Variações limites dos índices de confiabilidade de acordo com o tipo de perfil para vigas submetidas à flexão.**

Os índices de confiabilidade encontrados variaram entre 2,08 e 4,03, sendo eles maiores que aqueles divulgados por Freitas *et al.* (2007) e Santiago *et al.* (2020). É interessante observar que no primeiro trabalho foram consideradas variáveis disponíveis na literatura que não necessariamente estavam alinhadas com a realidade dos materiais e ações no Brasil, enquanto no segundo a variável aleatória  $q_{50}$  compreendeu um período de retorno diferente.

Por fim, a Figura 4 apresenta os coeficientes de sensibilidade das variáveis aleatórias relacionadas com uma viga de aço estrutural ASTM A36, perfil W 610 x 174,  $\psi_q$  de 0,5 e razão entre ações acidental e permanente de 2,0. Esta figura mostra que as variáveis  $q_{50}$  e  $w_{50}$  exercem uma maior influência no problema, ainda que as variáveis  $E_{m,r}$ ,  $E_{m,s}$  e  $f_y$  também tenham certa importância.

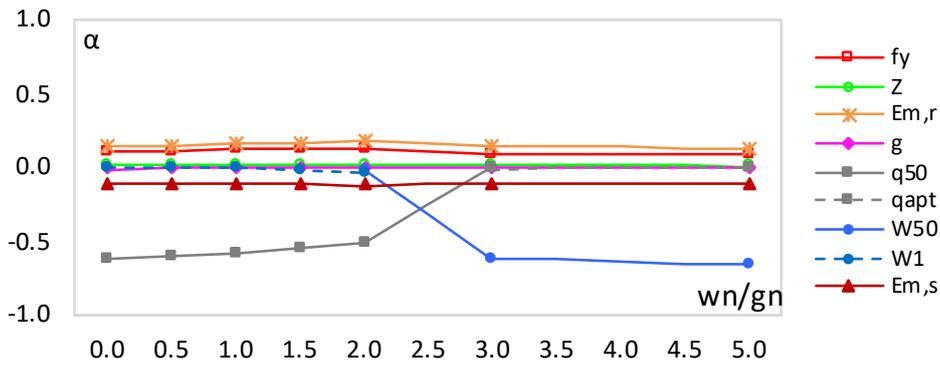
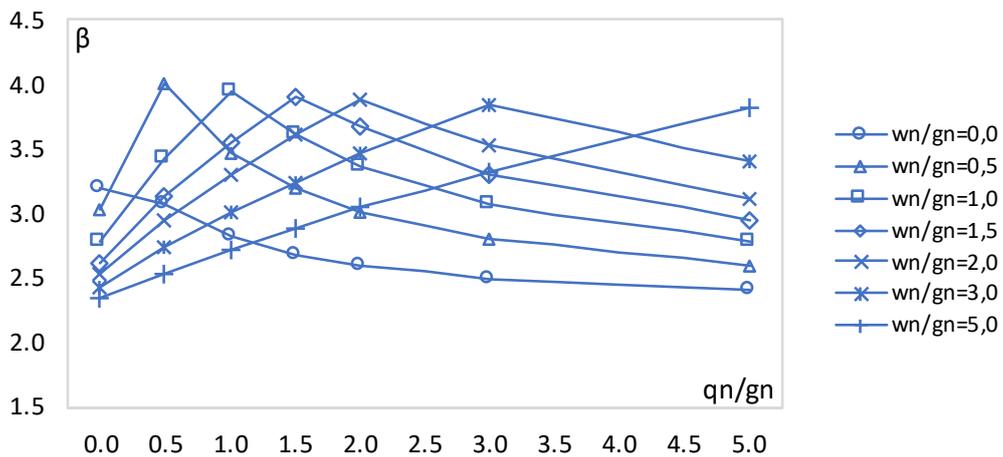


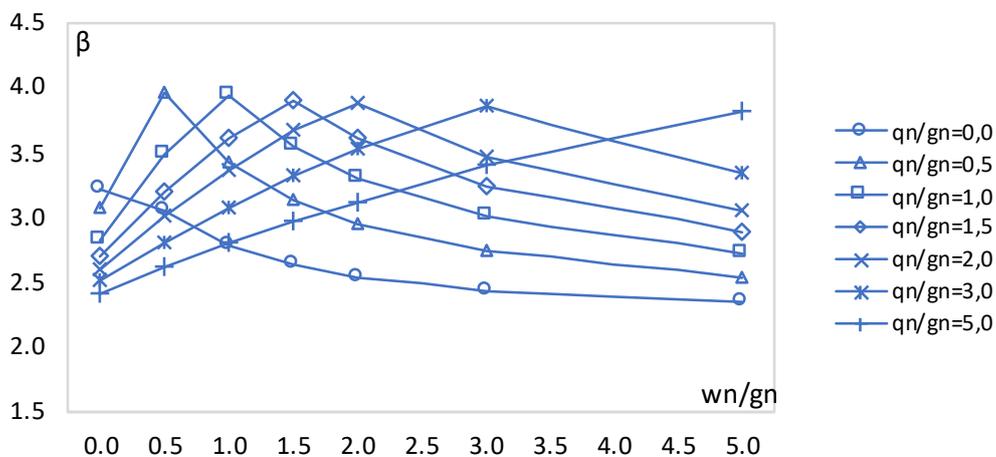
Figura 4 – Coeficientes de sensibilidade para um exemplo de viga de aço sujeita à flexão.

## 6.2 Vigas sujeitas ao cisalhamento

A Figura 5 ilustra os índices de confiabilidade determinados para uma viga dimensionada para resistir esforços de cisalhamento com aço estrutural ASTM A36, perfil W 610 x 174 e  $\psi_q$  de 0,5.



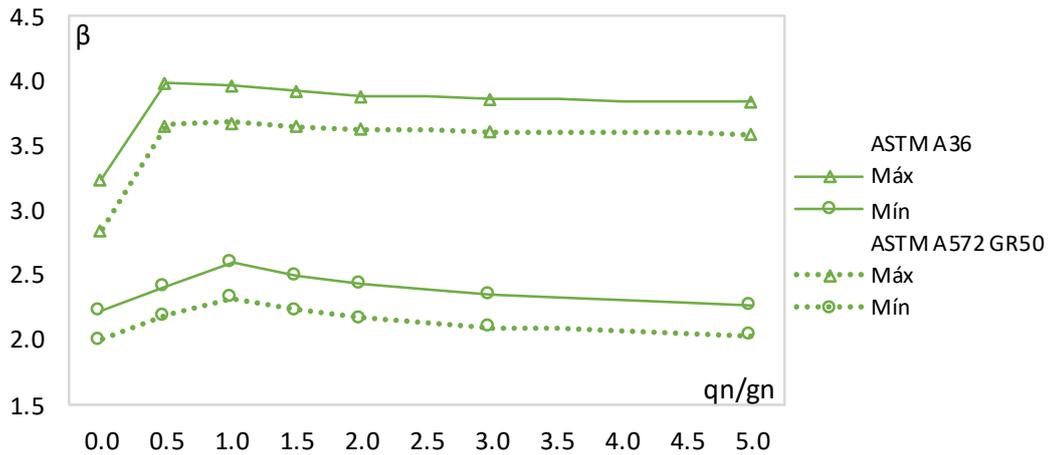
a) Índices de confiabilidade em função da razão entre ações acidental e permanente.



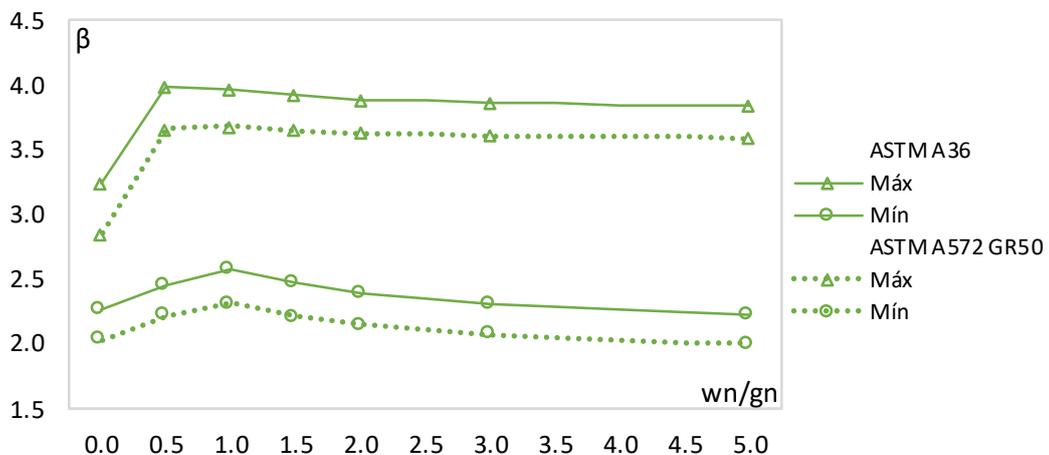
b) Índices de confiabilidade em função da razão entre ações do vento e permanente.

Figura 5 – Índices de confiabilidade para um exemplo de viga de aço sujeita ao cisalhamento.

Extrapolando para as demais configurações de vigas consideradas, a Figura 6 ilustra os limites superior e inferior dos índices de confiabilidade em função do tipo de aço. Esta figura demonstra que as vigas projetadas com aço ASTM A572 GR50 tendem a apresentar menores índices de confiabilidade que aquelas projetadas com aço ASTM A36. Esse resultado decorre do fato da variável  $f_y$  apresentar uma menor média relativa à resistência característica de escoamento no caso do aço ASTM A572 GR50.



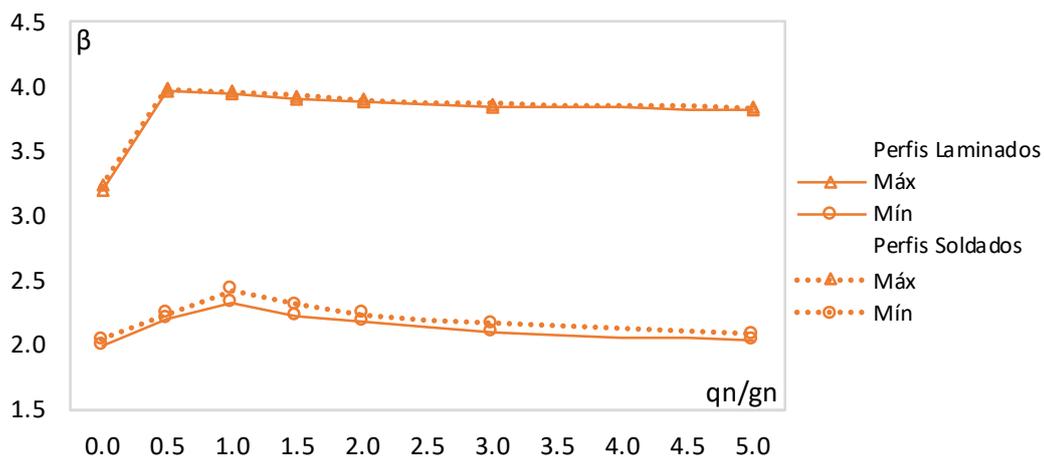
a) Limites em função da razão entre ações acidental e permanente.



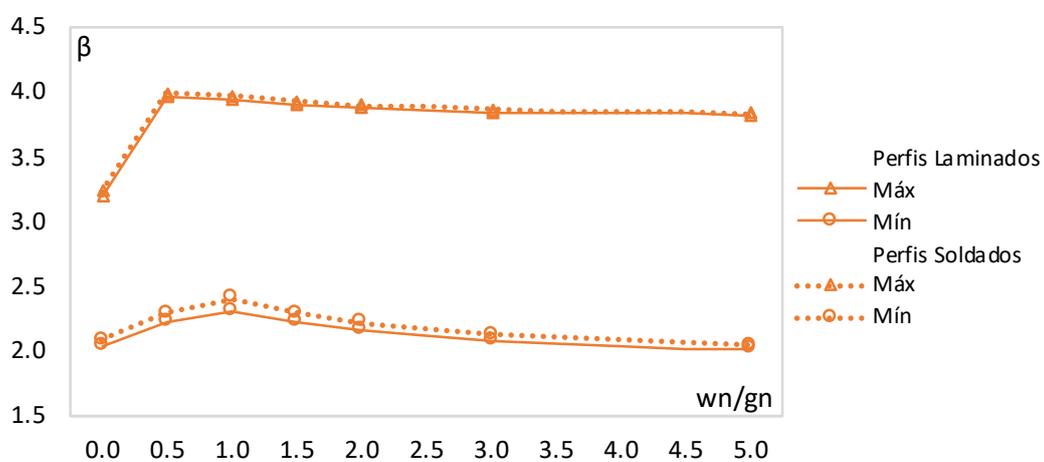
b) Limites em função da razão entre ações do vento e permanente.

**Figura 6 – Variações limites dos índices de confiabilidade de acordo com o tipo de aço para vigas submetidas ao cisalhamento.**

A Figura 7, por conseguinte, denota os limites superior e inferior dos índices de confiabilidade em relação ao tipo de perfil. Esta figura evidencia que as vigas com perfis soldados tendem a apresentar índices de confiabilidade um pouco maiores. Esse resultado deriva do fato da norma NBR 8800 (2008) prescrever equações que variam conforme a esbelteza dos perfis, sendo os perfis soldados normalmente mais esbeltos.



a) Limites em função da razão entre ações acidental e permanente.

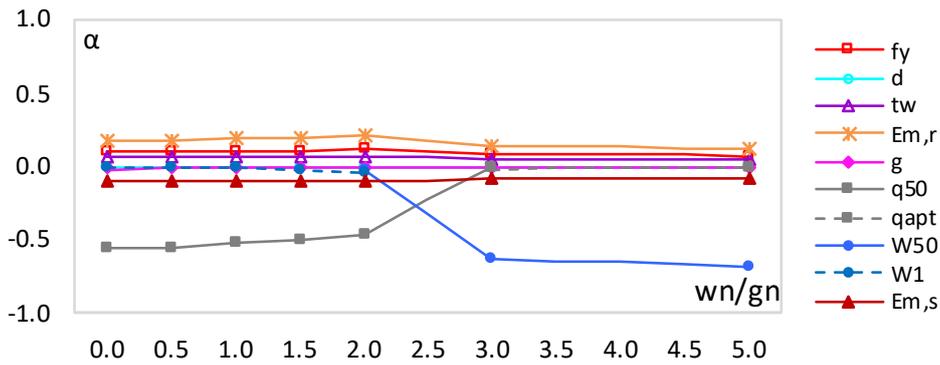


b) Limites em função da razão entre ações do vento e permanente.

**Figura 7 – Variações limites dos índices de confiabilidade de acordo com o tipo de perfil para vigas submetidas ao cisalhamento.**

Os índices de confiabilidade encontrados variaram entre 2,01 e 3,98, não diferindo de maneira significativa dos resultados encontrados para as vigas fletidas, ainda que sejam ligeiramente menores que aqueles obtidos para o estado limite último relacionado com flexão.

Finalmente, a Figura 8 apresenta os coeficientes de sensibilidade das variáveis aleatórias relacionadas com uma viga de aço estrutural ASTM A36, perfil W 610 x 174,  $\psi_q$  de 0,5 e razão entre ações acidental e permanente de 2,0. Esta figura mostra que as variáveis  $q_{50}$  e  $w_{50}$  exercem uma maior influência no problema, ainda que as variáveis  $E_{m,r}$ ,  $E_{m,s}$ ,  $f_y$  e  $t_w$  também tenham certa importância.



**Figura 8 – Coeficientes de sensibilidade para um exemplo de viga de aço sujeita ao cisalhamento.**

### 6.3 Considerações adicionais

Embora o nível de segurança associado a uma viga varie de projeto para projeto, este estudo evidencia que vigas projetadas para resistir maiores razões de carregamentos tendem a apresentar menores valores de índices de confiabilidade. Isto não é muito difícil de entender, uma vez que as variáveis  $q_{50}$  e  $w_{50}$  apresentam maior influência no problema.

Os resultados apresentados neste trabalho reforçam a importância da calibração dos coeficientes parciais de segurança atualmente utilizados no dimensionamento de estruturas metálicas no país. Beck e Souza Jr (2010), Santiago (2019) e Santiago *et al.* (2020), por exemplo, já apresentaram coeficientes calibrados capazes de conduzir a projetos mais seguros de estruturas metálicas.

## 7 Conclusões

Este estudo apresentou uma análise de confiabilidade de vigas metálicas dimensionadas para resistir esforços de flexão e de cisalhamento com dois tipos de aços estruturais, dezoito perfis laminados, dezoito perfis soldados, sete razões entre carregamentos acidental e permanente, e sete razões entre carregamentos do vento e permanente.

O trabalho demonstrou que as vigas projetadas com aço ASTM A36 tendem a apresentar maiores índices de confiabilidade, uma vez que a variável  $f_y$  apresenta uma menor média relativa à resistência característica de escoamento no caso deste tipo de aço estrutural.

O estudo também mostrou que as vigas projetadas com perfis soldados costumam apresentar índices de confiabilidade ligeiramente maiores, haja vista que as prescrições da NBR 8800 (2008) variam conforme a esbeltez e o tipo de perfil.

De uma forma geral, o trabalho evidencia que vigas submetidas a maiores razões de carregamentos tendem a apresentar menores níveis de segurança. Isto é preocupante na medida que os avanços computacionais permitem a realização de projetos de estruturas cada vez mais esbeltas e leves.

Diante deste cenário, este estudo reforça a importância da realização de pesquisas orientadas para uma calibração baseada em confiabilidade dos coeficientes parciais de segurança indicados nas principais normas brasileiras usadas no dimensionamento de estruturas metálicas.

## 8 Agradecimentos

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico (CNPq) pelo suporte financeiro que viabilizou as análises de confiabilidade objeto deste trabalho, bem como aos revisores pelas valiosas colaborações que resultaram no enriquecimento do artigo.

## 9 Referências bibliográficas

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681**. Ações e Segurança nas Estruturas — Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800** Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 15980**. Perfis laminados de aço para uso estrutural — Dimensões e tolerâncias. Rio de Janeiro, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5884**. Perfil I estrutural de aço soldado por arco elétrico — Requisitos gerais. Rio de Janeiro, 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 11888**. Bobinas e chapas finas a frio e a quente de aço-carbono e de aço de alta resistência e baixa liga — Requisitos gerais. Rio de Janeiro, 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**. Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 2019.

BECK, A.T. **StRAnD: Manual do usuário**. Escola de Engenharia de São Carlos — Universidade de São Paulo. São Carlos, 2007.

BECK, A.T.; SOUZA JR, A.C. **A first attempt towards reliability-based calibration of Brazilian structural design codes**. Journal of the Braz. Soc of Mech. Sci & Eng. V.32, p. 119-127, 2010.

- BECK, A.T. **Confiabilidade e Segurança das Estruturas**, Elsevier, 448 páginas, 2019.
- ELLINGWOOD, B.; GALAMBOS, T.V.; MACGREGOR, J.G.; CORNELL, C.A. **Development of a Probability Based Load Criterion for American National Standard A58**. Us National Bureau of Standard A58, Special Publication 577. Washington, D.C, 1980.
- FREITAS, M.S.R.; CASTANHEIRAS, A.M.; FREIRAS, A.M.S. **Confiabilidade de vigas metálicas dimensionadas pela norma brasileira NBR 8800**. Revista Escola de Minas, V. 60, n. 2, p. 261-269, 2007.
- HASOFER, A.M.; LIND, N.C. **Exact and invariant second moment code format**. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, V. 100, n. EM1, p. 111-121, 1974.
- JCSS, 2001. **Probabilistic Model Code**, Joint Committee on Structural Safety, disponível em <https://www.jcss-lc.org/jcss-probabilistic-model-code>, acessado em 19/01/2020.
- SANTIAGO, W.C. **Calibração baseada em confiabilidade dos coeficientes parciais de segurança das principais normas brasileiras de projeto estrutural**, tese de doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2019.
- SANTIAGO, W.C.; KROETZ, H.M.; BECK, A.T. **Reliability-based calibration of Brazilian structural design codes used in the design of concrete structures**. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, V. 12, n. 6, p. 1288-1304, 2019.
- SANTIAGO, W.C.; KROETZ, H.M.; SANTOS, S.H.C.; STUCCHI, F.R.; BECK, A.T. **Reliability-based calibration of main Brazilian structural design codes**. *Latin American Journal of Solids and Structures*, Rio de Janeiro, V. 17, n. 1, p. 1-28, 2020.
- SOUZA JR, A.C. **Aplicação de confiabilidade na calibração de coeficientes parciais de segurança de normas brasileiras de projeto estrutural**, dissertação de mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2009.
- THOFT-CHRISTENSEN, P.; MUROTSU, Y. **Application of structural systems reliability theory**. Berlin: Springer-Verlag, 1986.
- TURKSTRA, C.J. **Theory of Structural Design Decisions, Study No. 2**, Solid Mechanics Division, University of Waterloo, 1970.

## Análise estática não linear geométrica de treliças com a formulação Posicional de Elementos Finitos considerando diferentes medidas de deformação

Luiz Antonio Farani de Souza<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup> Curso de Engenharia Civil, UTFPR, R. Marcílio Dias, 635, Jardim Paraíso, Apucarana - PR, 86812-460, lasouza@utfpr.edu.br

### Geometric nonlinear static analysis of trusses with Positional formulation of Finite Elements considering different strain measures

#### Resumo

Este artigo apresenta um modelo numérico-computacional para análise estática de treliças planas e espaciais com comportamento não linear geométrico. As estruturas são discretizadas com o método Posicional de Elementos Finitos. As expressões para o vetor de força interna e matriz de rigidez são apresentadas para as medidas de deformação de Engenharia, Green-Lagrange, Logarítmica, Biot e Almansi. Assume-se o comportamento elástico linear para o material. O sistema de equações não lineares é solucionado pelo procedimento incremental e iterativo baseado no método de Potra-Pták. O algoritmo implementado no programa Scilab conseguiu traçar as trajetórias de equilíbrio com pontos limites e reduzir o tempo de processamento em comparação com o método de Newton-Raphson. As análises mostraram as discrepâncias nas respostas das estruturas quando se consideram distintas deformações.

**Palavras-chave:** *treliça, Potra-Pták, Comprimento de Arco, análise não linear, Scilab.*

#### Abstract

This paper presents a numerical-computational model for static analysis of plane and spatial trusses with geometric nonlinear behavior. The structures are discretized using the Finite Element Positional method. The expressions for the internal force vector and stiffness matrix are presented for the strain measurements of Engineering, Green-Lagrange, Logarithmic, Biot and Almansi. It is assumed the constitutive relation of the linear elastic material. The system of nonlinear equations is solved by the incremental and iterative procedure based on the Potra-Pták method. The algorithm implemented in the Scilab program was able to trace the equilibrium paths with limit points and reduce the processing time compared to the Newton-Raphson method. The analyzes showed the discrepancies in the responses of the structures when considering different strains.

**Keywords:** *truss, Potra-Pták, Arc-Length, nonlinear analysis, Scilab.*

\* autor correspondente

## 1 Introdução

As estruturas de aço são amplamente utilizadas na indústria da construção. Embora a teoria fundamental da análise estrutural e formulações elásticas lineares sejam tipicamente usadas para análise/projeto, mesmo que de maneira simplificada, essas estruturas podem sofrer grandes deformações antes de atingir o seu limite de resistência. Portanto, nesse caso, as análises não lineares são mais adequadas visto que conseguem melhor prever o comportamento preciso das estruturas de aço (Habibi; Bidmeshki, 2018).

Um caso particular de estruturas metálicas são as treliças espaciais que possibilitam vencer grandes vãos de uma forma arquitetonicamente atrativa e estruturalmente econômica, com uma baixa relação entre peso próprio e vão. Elas apresentam a possibilidade de conceber geometrias complexas e uma grande rapidez e facilidade de montagem. As treliças espaciais são um sistema estrutural muito utilizado em edifícios, pontes, plataformas petrolíferas em mar e torres de transmissão, entre outros (Barrigó, 2014).

As treliças espaciais podem experimentar condições de carregamento que causam grandes deslocamentos e que alteram significativamente a geometria das mesmas. Para estruturas geometricamente não lineares, é essencial traçar a curva completa de carga-deslocamento, além de determinar uma estimativa precisa dos pontos limites e de bifurcação (Hrinda, 2007; Koohestani, 2013).

Um dos métodos numéricos mais empregados em análise de treliças é o Método dos Elementos Finitos (MEF), o qual é utilizado na solução de problemas da mecânica dos sólidos sob regime não linear geométrico. Três descrições podem ser consideradas para descrever o movimento, a saber: a Lagrangiana total, a Lagrangiana atualizada e a Corrotacional (Kzam, 2020). Neste artigo é utilizada a formulação Posicional de Elementos Finitos originalmente proposta por Coda (2003). A formulação padrão para o MEF no contexto de sólidos deformáveis é o método de deslocamento (Bathe, 2006), em que as incógnitas fundamentais são os deslocamentos dos nós. Na formulação posicional, diferentemente, as incógnitas são as coordenadas nodais finais ou atuais. A formulação posicional admite que a cinemática seja tanto com relação à descrição

Lagrangeana quanto à Euleriana. Na descrição Lagrangeana, as mudanças de configuração da estrutura são medidas a partir de um referencial fixo no espaço. Na descrição Euleriana, as mudanças de configuração da estrutura são medidas a partir de um referencial que se move pelo espaço (Bathe, 2006; Wong; Tin-Loi, 1990).

Este artigo tem por objetivo apresentar um modelo numérico-computacional para a análise estática de treliças planas e espaciais com comportamento não linear geométrico (hipótese de grandes deslocamentos e rotações, mas pequenas deformações). São utilizadas cinco medidas de deformação, sendo três descritas em coordenadas materiais (deformação de engenharia, Green-Lagrange e Logarítmica) e duas descritas em coordenadas espaciais (deformação de Biot e Almansi). As expressões para o vetor de força interna e matriz de rigidez são apresentadas para essas medidas. Supõe-se a relação constitutiva do material elástica linear.

O emprego de distintas medidas de deformação na formulação de Elementos Finitos para a análise de estabilidade de treliças foi objeto de estudo de diversos pesquisadores. A deformação de Engenharia, por exemplo, foi utilizada na formulação apresentada por Greco e Ventuni (2006), Yaw (2009) e Yaw (2011), e a deformação de Green-Lagrange foi utilizada por Koohestani (2013). Ademais, as medidas de deformação foram comparadas em análises não lineares geométricas de treliças planas e espaciais. Utilizando o Método Posicional de Elementos Finitos (Lacerda; Maciel; Scudelari, 2013; Tolentino; Souza, 2019) e o Método Corrotacional de Elementos Finitos (Menin; Silva, 2003; Menin, 2006; Miyazaki; Souza; Martins, 2020), foi observado que a resposta de uma estrutura em regime de deformações finitas pode diferir em função da deformação adotada na formulação.

As análises de estabilidade estrutural usando o Método dos Elementos Finitos (MEF) geralmente envolvem a solução de um sistema de equações não lineares. Os algoritmos de solução incremental-iterativa são muito populares e amplamente utilizados para resolver o problema estrutural (Torkamani; Sonmez, 2008).

O método de Newton-Raphson (NR) é um dos métodos mais utilizados para solucionar o sistema de equações não lineares que descreve o problema estrutural. Esse procedimento fornece a solução de pontos na trajetória de equilíbrio da estrutura por meio de um procedimento incremental-iterativo. Neste artigo, o procedimento

baseado no método de Potra-Pták (1984), proposto por Souza et al. (2018), é utilizado para resolver o problema estrutural. O método de Potra-Pták é um método iterativo de dois passos e com convergência cúbica para determinar a raiz de funções não lineares do tipo  $f(x) = 0$ . No trabalho de Souza et al. (2018), esse método foi adaptado à técnica de continuação Comprimento de Arco Linear num procedimento incremental para resolver o sistema de equações não lineares.

As soluções numéricas aproximadas obtidas com o procedimento de Potra-Pták são comparadas com o procedimento usual de Newton-Raphson (NR) combinado com a técnica Comprimento de Arco Linear, em relação aos seguintes critérios: quantidade total de iterações acumuladas até a convergência, para dada tolerância; e tempo de processamento. As trajetórias de equilíbrio com pontos limites de carga e de deslocamento das estruturas estudadas são mostradas. Os procedimentos de Potra-Pták e de Newton-Raphson foram implementados no programa livre Scilab, versão 6.1.0 (Scilab, 2020).

Os resultados numéricos mostram a melhor eficiência do código computacional implementado e sua aplicabilidade na análise de treliças com comportamento não linear geométrico. Além disso, os resultados numéricos mostram que para deformações infinitesimais a resposta da estrutura coincide independentemente da medida de deformação utilizada na formulação. Entretanto, no caso de deformações finitas a resposta pode diferir.

## 2 Problema estrutural e método de solução

O objetivo geral da análise não linear é encontrar o equilíbrio da configuração deformada de uma estrutura que está sob a ação de um carregamento aplicado. O sistema de equações não lineares que governa o equilíbrio estático de um sistema estrutural com não linearidade geométrica é descrito por (Maximiano; Silva; Silveira, 2014):

$$\mathbf{g}(\mathbf{d}, \lambda) = \mathbf{F}_{\text{int}}(\mathbf{d}) - \lambda \mathbf{F}_r = \mathbf{0}, \quad (1)$$

na qual  $\mathbf{g}$  é o vetor de forças desequilibradas,  $\mathbf{F}_{\text{int}}$  é o vetor de forças internas (avaliado em função do vetor de coordenadas nos pontos nodais da estrutura  $\mathbf{d}$ ) e  $\lambda$  é o parâmetro de força responsável pelo escalonamento do vetor de referência  $\mathbf{F}_r$ . A

solução do sistema dado em Equação (1) é obtida por meio de um esquema iterativo e incremental. O propósito da presente análise é determinar, ao final de cada passo, o valor do parâmetro de carga  $\lambda$  e do vetor de coordenadas nodais  $\mathbf{d}$ . Esse sistema tem  $(n + 1)$  incógnitas, que são o vetor  $\mathbf{d}$  com  $n$  elementos e o parâmetro  $\lambda$ , mas somente  $n$  equações. Assim, uma equação de restrição é adicionada ao sistema:

$$c(\mathbf{d}, \lambda) = 0. \quad (2)$$

Aplicando o método de Newton-Raphson padrão ao sistema dado pelas Equações (1) e (2), chega-se a:

$$\frac{\partial \mathbf{g}^{(k)}}{\partial \mathbf{d}} \delta \mathbf{d}^{(k+1)} + \frac{\partial \mathbf{g}^{(k)}}{\partial \lambda} \delta \lambda^{(k+1)} = \mathbf{K}^{(k)} \delta \mathbf{d}^{(k+1)} - \delta \lambda^{(k+1)} \mathbf{F}_r = -\mathbf{g}^{(k)}, \quad (3)$$

$$\left( \frac{\partial c^{(k)}}{\partial \mathbf{d}} \right)^T \delta \mathbf{d}^{(k+1)} + \frac{\partial c^{(k)}}{\partial \lambda} \delta \lambda^{(k+1)} = -c^{(k)}, \quad (4)$$

com

$$\mathbf{d}^{(k+1)} = \mathbf{d}^{(k)} + \delta \mathbf{d}^{(k+1)}, \quad (5)$$

$$\lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} + \delta \lambda^{(k+1)}, \quad (6)$$

na qual  $\mathbf{K}^{(k)} = \frac{\partial \mathbf{F}_{\text{int}}}{\partial \mathbf{d}}$  é a matriz de rigidez (matriz Jacobiana) e  $\delta \lambda^{(k)}$  é o subincremento do parâmetro de carga. Nota-se que o sobrescrito  $(k + 1)$  indica a iteração corrente e o sobrescrito  $(k)$  a iteração anterior, no passo de carga. Isolando o subincremento de coordenadas  $\delta \mathbf{d}^{(k+1)}$  na Equação (3) e supondo que  $\mathbf{K}$  seja inversível, tem-se:

$$\delta \mathbf{d}^{(k+1)} = \delta \mathbf{d}_g^{(k)} + \delta \lambda^{(k+1)} \delta \mathbf{d}_r^{(k)}, \quad (7)$$

na qual

$$\delta \mathbf{d}_g^{(k)} = -[\mathbf{K}(\mathbf{d}^{(k)})]^{-1} \mathbf{g}(\mathbf{d}^{(k)}, \lambda^{(k)}), \quad (8)$$

$$\delta \mathbf{d}_r^{(k)} = [\mathbf{K}(\mathbf{d}^{(k)})]^{-1} \mathbf{F}_r, \quad (9)$$

em que  $\mathbf{g}(\mathbf{d}^{(k)}, \lambda^{(k)}) = \mathbf{F}_{\text{int}}(\mathbf{d}^{(k)}) - \lambda^{(k)} \mathbf{F}_r$ . Os incrementos de coordenadas nodais e de carga são determinados por, respectivamente:

$$\Delta \mathbf{d}^{(k+1)} = \Delta \mathbf{d}^{(k)} + \delta \mathbf{d}^{(k+1)}, \quad (10)$$

$$\Delta\lambda^{(k+1)} = \Delta\lambda^{(k)} + \delta\lambda^{(k+1)}. \quad (11)$$

Utilizando a técnica de continuação Comprimento de Arco Linear (Riks, 1972; Wempner, 1971), a equação de restrição  $c(\mathbf{d}, \lambda)$  é dada por:

$$c(\mathbf{d}, \lambda) = \delta\mathbf{d}^{(k+1)T} \Delta\mathbf{d}^{(0)} = 0. \quad (12)$$

Com a substituição do subincremento  $\delta\mathbf{d}^{(k+1)}$  da Equação (7) na Equação (12), chega-se à expressão para o subincremento de carga  $\delta\lambda^{(k+1)}$ :

$$\left[ \delta\mathbf{d}_g^{(k)} + \delta\lambda^{(k+1)} \delta\mathbf{d}_r^{(k)} \right]^T \Delta\mathbf{d}^{(0)} = 0, \quad (13)$$

$$\delta\lambda^{(k+1)} = - \frac{\delta\mathbf{d}_g^{(k)T} \Delta\mathbf{d}^{(0)}}{\delta\mathbf{d}_r^{(k)T} \Delta\mathbf{d}^{(0)}}. \quad (14)$$

Os autores Potra e Pták (1984) desenvolveram um método iterativo de dois passos fundamentado no método de Newton-Raphson, com convergência cúbica, para determinar a raiz de equações não lineares do tipo  $f(x) = 0$ , e consiste de duas avaliações da função  $f(x)$  e de apenas o cálculo de derivadas de primeira ordem  $f'(x)$  (Soleymani et al., 2012). O esquema iterativo é dado pelas seguintes equações:

$$y^{(k+1)} = x^{(k)} - \frac{f(x^{(k)})}{f'(x^{(k)})}, \quad (15)$$

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \frac{[f(x^{(k)}) + f(y^{(k+1)})]}{f'(x^{(k)})}. \quad (16)$$

Esse esquema iterativo proposto por esses autores foi adaptado ao problema estrutural num procedimento incremental cujas equações são (Souza et al., 2018):

$$\delta\mathbf{d}_1^{(k+1)} = \delta\mathbf{d}_g^{(k)} + \delta\lambda_1^{(k+1)} \delta\mathbf{d}_r^{(k)}, \quad (17)$$

$$\mathbf{y}^{(k+1)} = \mathbf{d}^{(k)} + \delta\mathbf{d}_1^{(k+1)}, \quad (18)$$

$$\delta\mathbf{d}_2^{(k+1)} = [\mathbf{K}(\mathbf{d}^{(k)})]^{-1} [\delta\lambda_2^{(k+1)} \mathbf{F}_r - \mathbf{g}(\mathbf{y}^{(k+1)}, \lambda^{(k)})], \quad (19)$$

$$\mathbf{d}^{(k+1)} = \mathbf{y}^{(k+1)} + \delta\mathbf{d}_2^{(k+1)}, \quad (20)$$

$$\lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} + \delta\lambda_2^{(k+1)}. \quad (21)$$

O cálculo explícito de  $[\mathbf{K}(\mathbf{d}^{(k)})]^{-1}$  pode ser evitado resolvendo-se o sistema de equações lineares via decomposição (por exemplo, fatoração LU ou fatoração de Cholesky), visto que uma única fatoração no início do ciclo iterativo é necessária. A equação para o incremento inicial do parâmetro de força (solução predita) é dada por:

$$\Delta\lambda^{(0)} = \frac{\Delta l}{\|\delta\mathbf{d}_r\|}, \quad (22)$$

na qual  $\|\cdot\|$  é a norma Euclidiana e  $\Delta l$  representa o incremento de comprimento de arco. Esse incremento pode ser utilizado como um parâmetro de controle no passo de carga corrente de acordo com a expressão (Crisfield, 1991):

$$\Delta l = {}^0\Delta l \left( \frac{Nd}{t_k} \right)^{0,5}, \quad (23)$$

em que  ${}^0\Delta l$  é o incremento de comprimento de arco no passo de carga inicial ( $t = 0$ ),  $Nd$  é o número de iterações desejadas para a convergência do processo iterativo corrente, e  $t_k$  é o número de iterações que foi necessário para convergir no passo de carga anterior. O critério de convergência adotado para cada passo de carga é expresso pela norma da força residual e da força total aplicada:

$$\|\mathbf{g}\| \leq \text{tol} \cdot \|\mathbf{F}_r\|, \quad (24)$$

na qual  $\text{tol}$  é a tolerância fornecida pelo usuário. O pseudocódigo do algoritmo do procedimento incremental-iterativo proposto é ilustrado na Figura 1. O vetor de deslocamentos nodais  $\mathbf{u}$  é calculado por:

$$\mathbf{u} = \mathbf{d} - {}^0\mathbf{d}, \quad (25)$$

na qual  $\mathbf{d}$  é o vetor de coordenadas nodais corrente (convergido no passo de carga corrente) e  ${}^0\mathbf{d}$  é vetor de coordenadas nodais na posição inicial (configuração indeformada) da estrutura. Para simulações com o procedimento de Newton-Raphson, no pseudocódigo da Figura 1 considera-se o vetor  $\delta\mathbf{d}_2 = \mathbf{0}$ , as etapas de 23 a 27 não são executadas e na etapa 29 substitui-se  $\delta\lambda_2$  por  $\delta\lambda_1$ , uma vez que  $\delta\lambda_2 = 0$ .

### 3 Formulação Posicional de Elementos Finitos para treliça 3D

O elemento de treliça 3D é descrito pela formulação Posicional de Elementos Finitos (Coda, 2003). Esse elemento transmite somente forças axiais e tem área da seção

transversal constante A. As coordenadas  $(X_1, Y_1, Z_1)$  do nó "1" e  $(X_2, Y_2, Z_2)$  do nó "2" representam a configuração inicial do elemento de barra (também conhecida como coordenadas de referência). Após uma mudança de configuração devido a deslocamentos da treliça, a barra passa a ter novas coordenadas  $(x_1, y_1, z_1)$  e  $(x_2, y_2, z_2)$ , respectivamente. O comprimento inicial (ou referencial)  $L_0$  e o comprimento atual  $L$  da barra são calculados, respectivamente, por:

$$L_0 = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2}, \quad (26)$$

$$L = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}. \quad (27)$$

<p>Entrada: <math>n_{\text{máx}}, k_{\text{máx}}, \Delta P, {}^0\Delta l, \text{tol}, N_d, {}^0\mathbf{d}</math>  Saída: <math>\mathbf{d}, \mathbf{u}, NP, \lambda, k_{\text{total}}, k_{\text{médio}}, t</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\mathbf{d} \leftarrow {}^0\mathbf{d}, \Delta\mathbf{d} \leftarrow \mathbf{0}, \lambda \leftarrow 0, k_{\text{total}} \leftarrow 0</math></li> <li>2. <math>\text{aux} \leftarrow \text{tol} \cdot \ \mathbf{F}_r\ </math></li> <li>3. tic() (inicia o cronômetro)</li> <li>4. Para <math>NP \leftarrow 1, \dots, n_{\text{máx}}</math></li> <li>5. Decomposição de <math>\mathbf{K}</math> nas matrizes <math>\mathbf{L}</math> e <math>\mathbf{U}</math></li> <li>6. <math>\mathbf{a} \leftarrow [\mathbf{L}]^{-1} \mathbf{F}_r</math></li> <li>7. <math>\delta\mathbf{d}_r \leftarrow [\mathbf{U}]^{-1} \mathbf{a}</math></li> <li>8. <math>\Delta\lambda^{(0)} \leftarrow \Delta l / \ \delta\mathbf{d}_r\ </math></li> <li>9. Se <math>\Delta\mathbf{d}^T \delta\mathbf{d}_r &lt; 0</math></li> <li>10. <math>\Delta\lambda^{(0)} \leftarrow -\Delta\lambda^{(0)}</math></li> <li>11. Terminar a execução da etapa 9</li> <li>12. <math>\Delta\mathbf{d}^{(0)} \leftarrow \Delta\lambda^{(0)} \delta\mathbf{d}_r</math></li> <li>13. <math>\Delta\mathbf{d} \leftarrow \Delta\mathbf{d}^{(0)}</math></li> <li>14. <math>\mathbf{g} \leftarrow (\lambda + \Delta\lambda^{(0)}) \mathbf{F}_r - \mathbf{F}_{\text{int}}(\mathbf{d} + \Delta\mathbf{d})</math></li> <li>15. Para <math>k \leftarrow 1, \dots, k_{\text{máx}}</math></li> <li>16. Decomposição de <math>\mathbf{K}(\mathbf{d} + \Delta\mathbf{d})</math> nas matrizes <math>\mathbf{L}</math> e <math>\mathbf{U}</math></li> <li>17. <math>\mathbf{a} \leftarrow [\mathbf{L}]^{-1} \mathbf{F}_r</math> //passo 1</li> <li>18. <math>\delta\mathbf{d}_r \leftarrow [\mathbf{U}]^{-1} \mathbf{a}</math></li> <li>19. <math>\mathbf{a} \leftarrow [\mathbf{L}]^{-1} \mathbf{g}</math></li> <li>20. <math>\delta\mathbf{d}_g \leftarrow [\mathbf{U}]^{-1} \mathbf{a}</math></li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>21. <math>\delta\lambda_1 \leftarrow -(\Delta\mathbf{d}^{(0)T} \delta\mathbf{d}_g) / (\Delta\mathbf{d}^{(0)T} \delta\mathbf{d}_r)</math></li> <li>22. <math>\delta\mathbf{d}_1 \leftarrow \delta\mathbf{d}_g + \delta\lambda_1 \delta\mathbf{d}_r</math></li> <li>23. <math>\mathbf{g} \leftarrow (\lambda + \Delta\lambda) \mathbf{F}_r - \mathbf{F}_{\text{int}}(\mathbf{d} + \Delta\mathbf{d} + \delta\mathbf{d}_1)</math></li> <li>24. <math>\mathbf{a} \leftarrow [\mathbf{L}]^{-1} \mathbf{g}</math> //passo 2</li> <li>25. <math>\delta\mathbf{d}_g \leftarrow [\mathbf{U}]^{-1} \mathbf{a}</math></li> <li>26. <math>\delta\lambda_2 \leftarrow -(\Delta\mathbf{d}^{(0)T} \delta\mathbf{d}_g) / (\Delta\mathbf{d}^{(0)T} \delta\mathbf{d}_r)</math></li> <li>27. <math>\delta\mathbf{d}_2 \leftarrow \delta\mathbf{d}_g + \delta\lambda_2 \delta\mathbf{d}_r</math></li> <li>28. <math>\Delta\mathbf{d} \leftarrow \Delta\mathbf{d} + \delta\mathbf{d}_1 + \delta\mathbf{d}_2</math></li> <li>29. <math>\Delta\lambda \leftarrow \Delta\lambda + \delta\lambda_2</math></li> <li>30. <math>\mathbf{g} \leftarrow (\lambda + \Delta\lambda) \mathbf{F}_r - \mathbf{F}_{\text{int}}(\mathbf{d} + \Delta\mathbf{d})</math></li> <li>31. Se <math>\ \mathbf{g}\  &lt; \text{aux}</math></li> <li>32. Terminar a execução da etapa 15</li> <li>33. Terminar a execução da etapa 31</li> <li>34. Terminar a execução da etapa 15</li> <li>35. <math>\mathbf{d} \leftarrow \mathbf{d} + \Delta\mathbf{d}</math></li> <li>36. <math>\lambda \leftarrow \lambda + \Delta\lambda</math></li> <li>37. <math>\mathbf{u} \leftarrow \mathbf{d} - {}^0\mathbf{d}</math></li> <li>38. <math>\Delta l \leftarrow {}^0\Delta l (N_d/k)^{0.5}</math></li> <li>39. <math>k_{\text{total}} \leftarrow k_{\text{total}} + k</math></li> <li>40. Terminar a execução da etapa 4</li> <li>41. <math>k_{\text{médio}} \leftarrow k_{\text{total}}/NP</math></li> <li>42. <math>t = \text{toc}()</math> (lê o cronômetro)</li> </ol>
--	--

Figura 1 – O pseudocódigo do algoritmo para o método de solução.

A seguir são apresentadas as expressões para a matriz de rigidez ( $\mathbf{K}_{\text{elem}}$ ) e o vetor de força interna ( $\mathbf{F}_{\text{elem}}$ ) do elemento de treliça 3D para diferentes medidas de deformação - Almansi, Biot, Engenharia, Green-Lagrange e Logarítmica. Neste artigo, foram desenvolvidas matematicamente as expressões para as deformações de Almansi e Biot.

### 3.1 Deformação de Almansi

A deformação de Almansi ( $\varepsilon_A$ ) é dada por (Bonet; Wood, 2008):

$$\varepsilon_A = \frac{L^2 - L_0^2}{2L^2} = \frac{1}{2} - \frac{L_0^2}{2L^2}, \quad (28)$$

na qual  $L(\mathbf{x})$  é uma de função de  $\mathbf{x}$  e  $L_0$  é constante. O gradiente de deformação  $\partial\varepsilon_A/\partial\mathbf{x}$  é determinado por:

$$\frac{\partial\varepsilon_A}{\partial\mathbf{x}} = \frac{\partial}{\partial\mathbf{x}} \left[ \frac{1}{2} - \frac{L_0^2}{2L^2} \right] = 0 - L_0^2 \frac{\partial}{\partial\mathbf{x}} \left[ \frac{L^{-2}}{2} \right] = \frac{L_0^2}{L^3} \frac{\partial L}{\partial\mathbf{x}}. \quad (29)$$

Como  $\frac{\partial L}{\partial\mathbf{x}} = \frac{\mathbf{m}}{L}$  (Lacerda, 2014), então:

$$\frac{\partial\varepsilon_A}{\partial\mathbf{x}} = \frac{L_0^2}{L^3} \frac{\mathbf{m}}{L} = \frac{L_0^2}{L^4} \mathbf{m}, \quad (30)$$

na qual  $\mathbf{m} = [x_1 - x_2 \quad y_1 - y_2 \quad z_1 - z_2 \quad x_2 - x_1 \quad y_2 - y_1 \quad z_2 - z_1]^T$ , e  $x_i$ ,  $z_i$  e  $y_i$ , para  $i = 1, 2$ , são as coordenadas nodais na configuração deformada do elemento de barra. Considerando um material isotrópico, homogêneo e elástico e, de acordo com a lei de Hooke, a energia de deformação  $U$  é calculada em coordenadas espaciais por:

$$U = \int_V \frac{1}{2} E \varepsilon_A^2 dV = \int_0^L \frac{1}{2} E \varepsilon_A^2 A dL = \frac{1}{2} E A L \varepsilon_A^2, \quad (31)$$

em que  $E$  é o módulo de elasticidade longitudinal e  $A$  é a área da seção transversal da barra. O vetor de força interna elementar  $\mathbf{F}_{\text{elem}}$  é calculado por:

$$\mathbf{F}_{\text{elem}} = \frac{\partial U}{\partial\mathbf{x}} = E A L \varepsilon_A \frac{\partial\varepsilon_A}{\partial\mathbf{x}} + \frac{1}{2} E A \varepsilon_A^2 \frac{\partial L}{\partial\mathbf{x}}, \quad (32)$$

$$\mathbf{F}_{\text{elem}} = E A L \varepsilon_A \frac{L_0^2}{L^4} \mathbf{m} = E A \varepsilon_A \frac{L_0^2}{L^3} \mathbf{m},$$

uma vez que  $\varepsilon_A^2 \approx 0$  (hipótese de grandes deslocamentos e rotações, mas pequenas deformações). A matriz de rigidez tangente elementar  $\mathbf{K}_{\text{elem}}$  é dada por:

$$\mathbf{K}_{\text{elem}} = \frac{\partial \mathbf{F}_{\text{elem}}}{\partial\mathbf{x}}, \quad (33)$$

$$\mathbf{K}_{\text{elem}} = L_0^2 E A \frac{\partial}{\partial\mathbf{x}} (\varepsilon_A L^{-3} \mathbf{m}) = \frac{L_0^2}{L^3} E A \varepsilon_A \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial\mathbf{x}} + L_0^2 E A \mathbf{m} \frac{\partial}{\partial\mathbf{x}} (\varepsilon_A L^{-3}).$$

A derivada  $\frac{\partial}{\partial\mathbf{x}} (\varepsilon_A L^{-3})$  é determinada como segue:

$$\frac{\partial}{\partial\mathbf{x}} (\varepsilon_A L^{-3}) = \frac{\partial\varepsilon_A}{\partial\mathbf{x}} L^{-3} + \left( -3\varepsilon_A L^{-4} \frac{\partial L}{\partial\mathbf{x}} \right), \quad (34)$$

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (\varepsilon_A L^{-3}) = \frac{L_0^2}{L^4} \mathbf{m} L^{-3} - 3\varepsilon_A L^{-4} \frac{\mathbf{m}}{L} = \left( \frac{L_0^2}{L^7} - \frac{3\varepsilon_A}{L^5} \right) \mathbf{m}. \quad (35)$$

Assim, matriz de rigidez  $\mathbf{K}_{\text{elem}}$  fica:

$$\mathbf{K}_{\text{elem}} = \mathbf{K}_{\mathbf{M}} + \mathbf{K}_{\mathbf{G}}, \quad (36)$$

na qual  $\mathbf{K}_{\mathbf{M}}$  é a matriz de rigidez material e  $\mathbf{K}_{\mathbf{G}}$  é a matriz de rigidez geométrica dadas por, respectivamente:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{M}} = L_0^2 EA \left( \frac{L_0^2}{L^7} - \frac{3\varepsilon_A}{L^5} \right) \mathbf{m} \mathbf{m}^T, \quad (37)$$

$$\mathbf{K}_{\mathbf{G}} = \frac{L_0^2}{L^3} EA \varepsilon_A \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{x}}. \quad (38)$$

A derivada  $\partial \mathbf{m} / \partial \mathbf{x}$  é:

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & -\mathbf{I}_3 \\ -\mathbf{I}_3 & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}, \quad (39)$$

na qual  $\mathbf{I}_3$  é a matriz identidade de ordem três.

### 3.2 Deformação de Biot

A dedução da deformação de Biot é análoga à deformação de Almansi. A deformação de Biot ( $\varepsilon_B$ ) é dada por (Menin, 2006):

$$\varepsilon_B = \frac{L - L_0}{L} = 1 - \frac{L_0}{L}, \quad (40)$$

O gradiente de deformação  $\partial \varepsilon_B / \partial \mathbf{x}$  é determinado por:

$$\frac{\partial \varepsilon_B}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left[ 1 - \frac{L_0}{L} \right] = 0 - L_0 \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} [L^{-1}] = \frac{L_0}{L^2} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} = \frac{L_0}{L^3} \mathbf{m}. \quad (41)$$

A energia de deformação  $U$  fica:

$$U = \frac{1}{2} EAL \varepsilon_B^2. \quad (42)$$

O vetor de forças internas  $\mathbf{F}_{\text{elem}}$  é dado por:

$$\mathbf{F}_{\text{elem}} = \frac{\partial U}{\partial \mathbf{x}} = EAL \varepsilon_B \frac{\partial \varepsilon_B}{\partial \mathbf{x}} = EAL \varepsilon_B \frac{L_0}{L^3} \mathbf{m} = \frac{L_0}{L^2} EA \varepsilon_B \mathbf{m}. \quad (43)$$

A matriz de rigidez tangente  $\mathbf{K}_{\text{elem}}$  é dada por:

$$\mathbf{K}_{\text{elem}} = \frac{\partial \mathbf{F}_{\text{elem}}}{\partial \mathbf{x}} = L_0 EA \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (\varepsilon_B L^{-2} \mathbf{m}), \quad (44)$$

$$\mathbf{K}_{\text{elem}} = \frac{L_0}{L^2} EA \varepsilon_B \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{x}} + L_0 EA \mathbf{m} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (\varepsilon_B L^{-2}).$$

Como  $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\mathbf{m}}{L}$  e utilizando a Equação (41), tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (\varepsilon_B L^{-2}) = \frac{\partial \varepsilon_B}{\partial \mathbf{x}} L^{-2} + \left( -2\varepsilon_B L^{-3} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} \right) = \left( \frac{L_0}{L^5} - \frac{2\varepsilon_B}{L^4} \right) \mathbf{m}, \quad (45)$$

então,

$$\mathbf{K}_{\text{elem}} = \mathbf{K}_{\mathbf{M}} + \mathbf{K}_{\mathbf{G}}, \quad (46)$$

na qual  $\mathbf{K}_{\mathbf{M}}$  é a matriz de rigidez material e  $\mathbf{K}_{\mathbf{G}}$  é a matriz de rigidez geométrica dadas por, respectivamente:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{M}} = L_0 EA \left( \frac{L_0}{L^5} - \frac{2\varepsilon_B}{L^4} \right) \mathbf{m} \mathbf{m}^T, \quad (47)$$

$$\mathbf{K}_{\mathbf{G}} = \frac{L_0}{L^2} EA \varepsilon_B \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{x}}. \quad (48)$$

### 3.3 Matriz de rigidez e vetor de força interna para outras medidas de deformação

Na Tabela 1 aparecem as expressões para o vetor de força interna e matriz de rigidez para as medidas de deformação de Engenharia, Green-lagrange e Logarítmica. O desenvolvimento matemático das expressões para essas medidas pode ser encontrado em Lacerda (2014).

Tabela 1 – Medidas de deformação, vetor de força interna e matriz de rigidez.

Medida de Deformação	Deformação ( $\varepsilon$ )	$\mathbf{F}_{\text{elem}}$	$\mathbf{K}_{\text{elem}} = \mathbf{K}_{\mathbf{M}} + \mathbf{K}_{\mathbf{G}}$
Engenharia ( $\varepsilon_E$ )	$\frac{L - L_0}{L_0}$	$\frac{EA \varepsilon_E}{L} \mathbf{m}$	$\mathbf{K}_{\mathbf{M}} = \frac{EA}{L^3} \mathbf{m} \mathbf{m}^T$ $\mathbf{K}_{\mathbf{G}} = \frac{EA \varepsilon_E}{L} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{x}}$
Green-Lagrange ( $\varepsilon_G$ )	$\frac{L^2 - L_0^2}{2L_0^2}$	$\frac{EA \varepsilon_G}{L_0} \mathbf{m}$	$\mathbf{K}_{\mathbf{M}} = \frac{EA}{L_0^3} \mathbf{m} \mathbf{m}^T$ $\mathbf{K}_{\mathbf{G}} = \frac{EA \varepsilon_G}{L_0} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{x}}$
Logarítmica ( $\varepsilon_L$ )	$\ln \left( \frac{L}{L_0} \right)$	$\frac{EAL_0 \varepsilon_L}{L^2} \mathbf{m}$	$\mathbf{K}_{\mathbf{M}} = \frac{EAL_0}{L^4} (1 - 2\varepsilon_L) \mathbf{m} \mathbf{m}^T$ $\mathbf{K}_{\mathbf{G}} = \frac{EAL_0 \varepsilon_L}{L^2} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{x}}$

Fonte: Lacerda (2014).

## 4 Resultados Numéricos

Nesta seção são apresentados os resultados numéricos de problemas de treliças encontrados na literatura científica, levando-se em conta na análise estática a não linearidade geométrica e as diferentes medidas de deformação - Engenharia, Green-Lagrange, Biot, Almansi e Logarítmica. O algoritmo (Figura 1) foi implementado com o *software* livre Scilab, versão 6.1.0 (Scilab, 2020). Os testes computacionais foram realizados em um computador Core i7 - 3537U com 8GB de memória. O peso próprio das estruturas é desprezado nas análises. Ressalta-se, ainda, que não estão contabilizadas no tempo de processamento a geração da malha e a visualização dos resultados. Para o término das simulações, foi estabelecida uma condição envolvendo o deslocamento máximo em um nó determinado da estrutura e/ou um valor máximo para a carga total.

### 4.1 Treliça plana abatida não simétrica

Considere a treliça ilustrada na Figura 2, a qual corresponde a uma cobertura articulada plana, abatida e não simétrica. Esta estrutura tem 18 nós e 33 elementos de barra, com rigidez axial adimensional  $EA = 9,0 \times 10^6$  e está submetida ao efeito de três cargas nodais  $P$  de igual intensidade. Na Tabela 2 são listados os números totais de passos de carga ( $NC$ ) e de iterações acumuladas até a convergência para a solução ( $k_{total}$ ), número médio de iterações por passo ( $k_{médio}$ ) e tempo de processamento  $t$  (em segundos), obtidos nas simulações com o algoritmo implementado e o método de Newton-Raphson padrão. O sistema de equações não lineares tem 36 incógnitas.

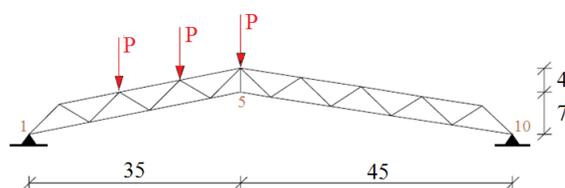


Figura 2 – Modelo estrutural da treliça plana abatida não simétrica.

Na Figura 3 são apresentadas as trajetórias de equilíbrio (curvas deslocamento vertical no nó 5 *versus* carga  $P$ ) com pontos limites de força e de deslocamento, havendo boa concordância com os resultados de Menin (2006). Os parâmetros considerados nas

análises para os métodos de solução são:  ${}^0\Delta l = 1,0$ ;  $Nd = 4$ ;  $tol = 1,0 \times 10^{-7}$ ;  $k_{m\acute{a}x} = 150$ ; e  $\Delta P = 100$ .

Tabela 2 - Resultados numéricos para a treliça plana.

Medida de deformação	NC	$k_{total}$	$k_{m\acute{e}dio}$	t (s)
Engenharia	43 (50)	88 (141)	2,046 (2,820)	3,059 (3,606)
Green-Lagrange	43 (50)	88 (144)	2,046 (2,880)	3,077 (3,705)
Biot	44 (51)	90 (144)	2,045 (2,823)	3,207 (3,783)
Almansi	45 (54)	92 (157)	2,044 (2,907)	3,324 (4,129)
Logarítmica	43 (51)	87 (144)	2,023 (2,823)	3,058 (3,788)

Os valores numéricos entre parênteses referem-se ao procedimento de NR.

Na Figura 3 são apresentadas as trajetórias de equilíbrio (curvas deslocamento vertical no nó 5 *versus* carga P) com pontos limites de força e de deslocamento, havendo boa concordância com os resultados de Menin (2006). Os parâmetros considerados nas análises para os métodos de solução são:  ${}^0\Delta l = 1,0$ ;  $Nd = 4$ ;  $tol = 1,0 \times 10^{-7}$ ;  $k_{m\acute{a}x} = 150$ ; e  $\Delta P = 100$ .

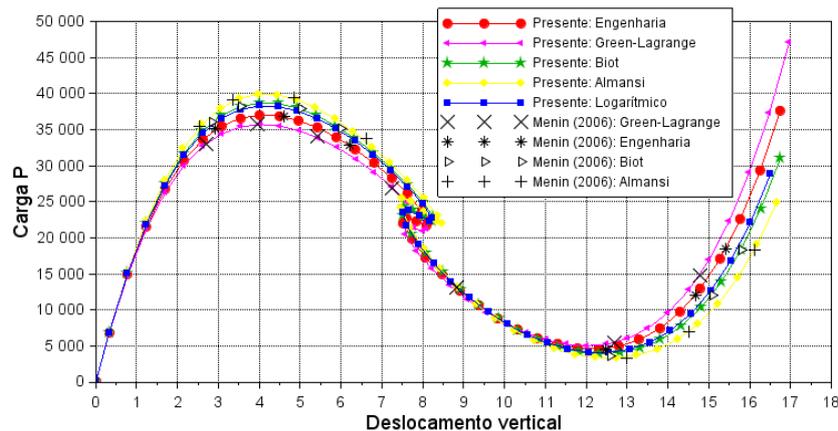


Figura 3 – Trajetórias de equilíbrio da treliça plana abatida não simétrica obtidas com o presente algoritmo e com a referência (Menin, 2006).

#### 4.2 Cúpula em forma de estrela

Um problema de referência para as treliças espaciais é a cúpula em forma de estrela ilustrada na Figura 4. Este problema é discutido em Greco e Venturini (2006), Wriggers (2008) e Yaw (2011), entre outros. A treliça consiste de 24 elementos de barra e 13 nós, cujas barras têm rigidez axial  $EA = 1,0 \times 10^3$  N. Essa estrutura apresenta seis nós restringidos nas direções x, y e z, sendo esses nós representados na vista em planta da estrutura por círculos hachurados.

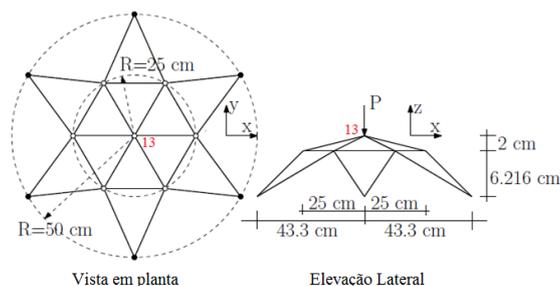


Figura 4 – Modelo estrutural da cúpula em forma de estrela. Fonte: adaptada de Yaw (2011).

As trajetórias de equilíbrio com pontos limites de força e de deslocamento utilizando as medidas de deformação de Engenharia, Green-Lagrange e Almansi são apresentadas na Figura 5. Nota-se razoável concordância com os pontos de equilíbrio obtidos por Yaw (2011), que utilizou a formulação Corrotacional de Elementos Finitos e a medida de Engenharia. Os parâmetros considerados nas análises para os métodos de solução são:  ${}^0\Delta l = 0,4$ ;  $Nd = 3$ ;  $tol = 1,0 \times 10^{-6}$ ;  $k_{m\acute{a}x} = 150$ ; e  $\Delta P = 1,0$  N. Na Tabela 3 aparecem os resultados numéricos (NC,  $k_{total}$ ,  $k_{m\acute{e}dio}$  e  $t$ ) obtidos com o algoritmo implementado e o método de Newton-Raphson padrão. O sistema de equações tem 39 incógnitas.

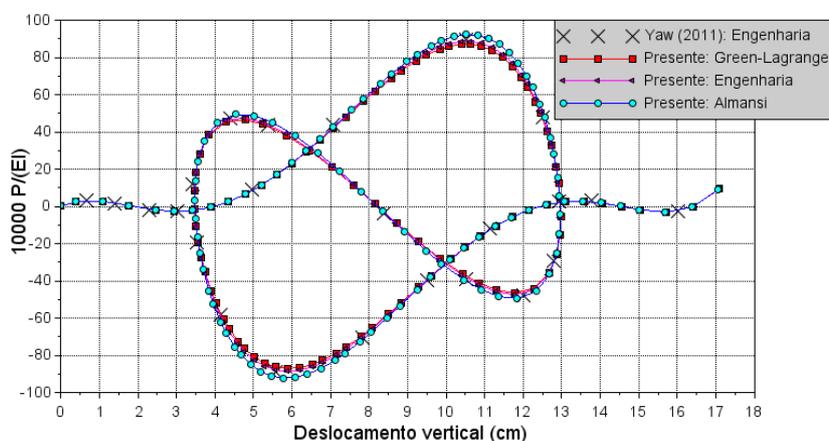


Figura 5 – Trajetórias de equilíbrio da cúpula em forma de estrela obtidas com o presente algoritmo e com a referência (Yaw, 2011).

Tabela 3 - Resultados numéricos da cúpula em forma de estrela.

Medida de deformação	NC	$k_{total}$	$k_{m\acute{e}dio}$	$t$ (s)
Engenharia	104 (106)	166 (217)	1,596 (2,047)	7,236 (7,550)
Green-Lagrange	104 (107)	166 (219)	1,596 (2,046)	7,254 (7,625)
Almansi	103 (106)	162 (216)	1,572 (2,037)	7,211 (7,562)

Os valores numéricos entre parênteses referem-se ao procedimento de NR.

### 4.3 Cúpula

Considere a treliça espacial em forma de cúpula, cujas características geométricas são apresentadas na Figura 6. Esta estrutura foi estudada por Matias (2002) e apresenta 25 nós e 60 elementos de barra com rigidez axial adimensional  $EA = 1,0 \times 10^4$ . Ela é submetida a sete forças nodais verticais  $P$  de igual magnitude aplicadas do nó 13 ao 18. Essa estrutura apresenta seis nós restringidos nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , sendo esses nós representados na vista em planta da estrutura por círculos hachurados. As trajetórias de equilíbrio com pontos limites de força e de deslocamento (curvas deslocamento no nó 25 *versus* carga  $P$ ), considerando as medidas de deformação de Almansi, Green-Lagrange, Engenharia e Biot, são mostradas na Figura 7. Vê-se, nessa figura, que houve boa concordância com os pontos de equilíbrio obtidos por Matias (2002) para a deformação de Green-Lagrange.

Os parâmetros considerados nas análises para os métodos de solução de Potra-Pták e Newton-Raphson são:  ${}^0\Delta l = 4,0$ ;  $N_d = 3$ ;  $tol = 1,0 \times 10^{-6}$ ;  $k_{m\acute{a}x} = 150$ ; e  $\Delta P = 0,1$ . Os resultados numéricos ( $NC$ ,  $k_{total}$ ,  $k_{m\acute{e}dio}$  e  $t$ ) obtidos com o algoritmo implementado e o método de Newton-Raphson padrão (os valores numéricos estão entre parênteses) aparecem na Tabela 4. O sistema de equações não lineares do problema apresenta 75 incógnitas. Na Figura 8a é apresentada a posição deformada da cúpula para o passo de carga  $NC = 94$  obtida com a deformação de Green-Lagrange. Na Figura 8b aparecem as posições dos elementos não nulos da matriz de rigidez.

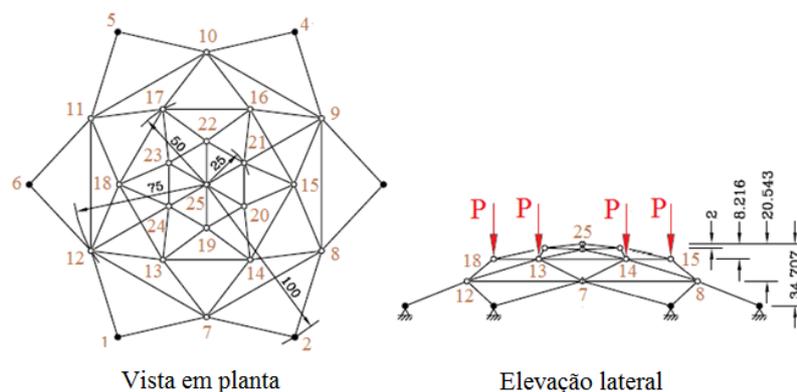


Figura 6 – Modelo estrutural da cúpula. Fonte: adaptada de Matias (2002).

Tabela 4 - Resultados numéricos da treliça espacial em forma de cúpula.

Medida de deformação	NC	$k_{total}$	$k_{médio}$	t (s)
Almansi	95 (106)	192 (278)	2,021 (2,622)	22,753 (25,728)
Green-Lagrange	94 (107)	190 (287)	2,021 (2,682)	21,940 (27,286)
Engenharia	95 (107)	192 (287)	2,021 (2,682)	22,752 (27,194)
Biot	95 (*)	192 (*)	2,021 (*)	22,566 (*)

\* Não convergiu.

Os valores numéricos entre parênteses referem-se ao procedimento de NR.

#### 4.4 Discussão dos resultados numéricos

O algoritmo implementado (Figura 1) no programa Scilab conseguiu traçar as trajetórias de equilíbrio com pontos limites de carga (tangente horizontal) e pontos limites de deslocamento (tangente vertical) das treliças analisadas. O dispositivo para a verificação da mudança do sinal do incremento de carga inicial  $\Delta\lambda^{(0)}$  na passagem por pontos limites (ver linhas 9 a 11 do algoritmo na Figura 1) é de fácil implementação computacional e apresentou resultados precisos.

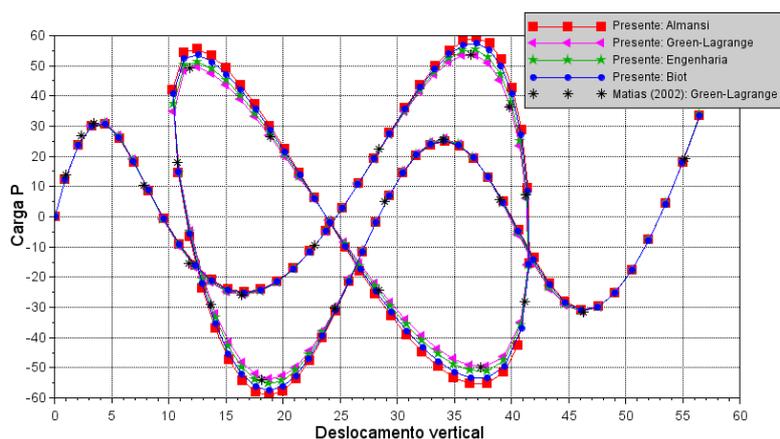


Figura 7 – Trajetórias de equilíbrio da cúpula obtidas com o presente algoritmo e com a referência (Matias, 2002).

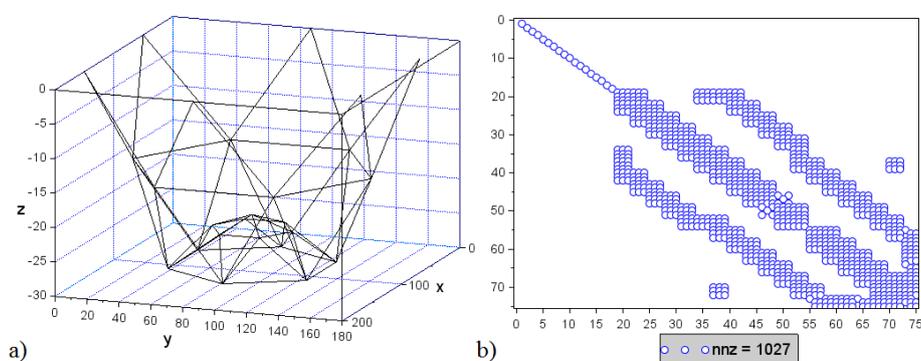


Figura 8 – Cúpula: a) posição deformada e b) posições dos elementos não nulos da matriz de rigidez.

Ficou evidente em todas as trajetórias que as treliças apresentaram comportamento similar para os níveis iniciais de carregamento. De fato, quando as deformações são infinitesimais as posições inicial e corrente da estrutura se confundem e, conseqüentemente, a resposta mecânica da estrutura coincide independentemente da medida de deformação adotada na análise. Segundo Bonet e Wood (2008), nesse caso os comprimentos  $L$  e  $L_0$  são aproximadamente iguais ( $L \approx L_0$ ) e convergem para a definição de pequena deformação  $\Delta L/L$ . Utilizando uma análise de série de Taylor, tem-se, por exemplo, para a deformação de Biot:

$$\varepsilon_B(L \approx L_0) = \frac{L + \Delta L - L}{L} = \frac{\Delta L}{L}. \quad (49)$$

Fazendo a mesma análise para a deformação de Almansi, tem-se:

$$\varepsilon_A(L \approx L_0) = \frac{(L + \Delta L)^2 - L^2}{2L^2} = \frac{L^2 + 2L\Delta L + \Delta L^2 - L^2}{2L^2} = \frac{\Delta L}{L}, \quad (50)$$

visto que foi desprezado o termo de ordem maior ( $\Delta L^2 \approx 0$ ). Nota-se que as análises para ambas as deformações convergiram para  $\Delta L/L$ . O mesmo procedimento pode ser feito para as demais deformações.

Quando se tem deformações finitas, a resposta da estrutura pode diferir com a escolha da medida de deformação. Vê-se nas trajetórias de equilíbrio (Figuras 3, 5 e 7) que houve discrepâncias entre as curvas de acordo com as medidas de deformação adotadas, notadamente nas regiões próximas a pontos limites. Também, observa-se que as maiores diferenças ocorreram entre as deformações de Green-Lagrange e Almansi.

A iteração do procedimento incremental com o método de Potra-Pták (PP) é mais cara computacionalmente em comparação com o procedimento de Newton-Raphson (NR), pois no ciclo iterativo (correção da solução predita) do primeiro método há resolução de três sistemas de equações lineares (gerados da formulação de elementos finitos) e duas atualizações do vetor de força interna global  $\mathbf{F}_{int}$ , enquanto que no segundo caso há dois sistemas de equações lineares a serem resolvidos e uma atualização do vetor de força interna. No entanto, o método PP mostrou-se mais eficiente, uma vez que a quantidade de incrementos de carga e iterações acumuladas para a convergência da solução dos problemas foi inferior para a tolerância considerada.

A matriz de rigidez do sistema estrutural  $\mathbf{K}$  é caracterizada por um alto índice de esparsidade. Na Figura 8b é apresentado um mapa das posições dos elementos não nulos da matriz de rigidez para o problema da cúpula; o grau de esparsidade (nº de elementos nulos/número total de elementos x 100) dessa matriz é 81,88 %. É possível obter uma melhor eficiência numérica do modelo apresentado por meio de algoritmos que armazenam os coeficientes não nulos presentes na matriz e realizam operações entre matrizes e vetores com esses coeficientes, evitando cálculos redundantes envolvendo elementos nulos. No Scilab pode-se utilizar a função *sparse*, a qual converte uma matriz completa para sua forma esparsa retirando qualquer elemento nulo.

## 5 Conclusão

Para estruturas geometricamente não lineares, é essencial traçar a curva completa de carga-deslocamento, além de determinar uma estimativa precisa dos pontos limites. Neste artigo, foi desenvolvido um programa computacional com a formulação Posicional de Elementos Finitos para análise estática de treliças planas e espaciais com não linearidade geométrica utilizando cinco medidas de deformação - Engenharia, Green-Lagrange, Biot, Almansi e Logarítmica. A solução do problema não linear foi obtida por meio do procedimento incremental e iterativo baseado no método de Potra-Pták associado à técnica de continuação Comprimento de Arco Linear.

As expressões para a matriz de rigidez e vetor de força interna do elemento de treliça 3D, referentes ao método Posicional de Elementos Finitos, para as medidas de Almansi e Biot foram desenvolvidas matematicamente a partir da energia específica  $U$ . A formulação posicional é uma alternativa viável para as formulações tradicionais do método dos Elementos Finitos, tanto por causa da praticidade na implementação computacional bem como pelo bom desempenho mostrado nas aplicações numéricas submetidas neste artigo.

O código desenvolvido em ambiente Scilab mostrou-se eficiente, visto que conseguiu traçar as trajetórias completas de equilíbrio das estruturas analisadas, e alcançar a solução dos problemas com um tempo menor de CPU em comparação com o procedimento clássico de Newton-Raphson. A convergência dos resultados foi

atingida, em todos os casos, com um número médio de iterações por passo de carga aproximadamente dois ou menor.

Por fim, conclui-se que a resposta da estrutura pode diferir completamente de acordo com a medida de deformação considerada na análise. Sendo assim, a consideração de distintas medidas de deformação na formulação de Elementos Finitos contribui para análise e concepção de projetos estruturais mais precisos, e com a predição de relações constitutivas de materiais mais próxima do observado em ensaios de laboratório.

Recomenda-se, como direção para trabalhos futuros, a implementação da não linearidade física utilizando modelos constitutivos de Dano ou Elastoplásticos, adaptar o programa para análise dinâmica e realizar estudos com problemas de treliças espaciais de maior porte (número maior de graus de liberdade).

## 6 Referências bibliográficas

BARRIGÓ, J. M. B. C. **Análise Não Linear de Treliças Espaciais**. 2014. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Técnico, Lisboa, Portugal.

BATHE, K. J. **Finite Element Procedures**. Cambridge, MA: Klaus-Jrgen Bathe, 2006.

BONET, J.; WOOD, R. D. **Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis**. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

CODA, H. B. **Análise não linear geométrica de sólidos e estruturas: uma formulação posicional baseada no MEF**. 2003. Tese (Texto complementar para concurso de professor titular) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo.

GRECO, M.; VENTURIN, W. S. Stability analysis of three-dimensional trusses. *Latin American Journal of Solids and Structures*, v. 3, n. 3, p. 325-344, 2006.

CRISFIELD, M. A. **Non-Linear Finite Element Analysis of Solids and Structures**. Vol. 1: Essentials. New York: John Wiley & Sons Ltd., 1991.

HABIBI, A.; BIDMESHKI, S. A dual approach to perform geometrically nonlinear analysis of plane truss structures. *Steel and Composite Structures*, v. 27, n. 1, p. 13-25, 2018.

HRINDA, G. A. Geometrically nonlinear static analysis of 3D trusses using the arc-length method. In: C.A. Brebbia G. M. Carlomagno (Editores). **Computational Methods and Experimental Measurements XIII**. Boston: WIT Press, 2007. p. 243-252.

KOOHESTANI, K. A hybrid method for efficient solution of geometrically nonlinear structures. *International Journal of Solids and Structures*, v. 50, n. 1, p. 21-29, 2013.

KZAM, A. K. L. Determinação de pontos críticos na trajetória de equilíbrio não linear do elemento finito de treliça posicional. *Revista da Estrutura de Aço - REA*, v. 9, n. 1, 2020.

LACERDA, E. G. M. **Análise não linear de treliças pelo método dos elementos finitos posicional**. 2014. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Natal, RN.

LACERDA, E. G. M.; MACIEL, D. N.; SCUDELARI, A. C. Geometrically static analysis of trusses using the arc-length method and the positional formulation of Finite Element Method. In: XXXV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, 2014, Fortaleza, CE, Brasil. **Anais...** Fortaleza: XXXV CILAMCE, 2014.

MATIAS, W. T. El control variable de los desplazamientos en el análisis no lineal elástico de estructuras de barras. **Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería**, v. 18, n. 4, p. 549-572, 2002.

MAXIMIANO, D. P.; SILVA, A. R. D.; SILVEIRA, R. A. M. Iterative strategies associated with the normal flow technique on the nonlinear analysis of structural arches. **Revista Escola de Minas (Impresso)**, v. 67, n. 2, p. 143-150, 2014.

MENIN, R. C. G. **Aplicação da descrição cinemática co-rotacional na análise não-linear geométrica de estruturas discretizadas por elementos finitos de treliças, vigas e cascas**. 2006. Tese (Doutorado) - Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil.

MENIN, R. C. G.; SILVA, W. T. M. Resposta pós-crítica de sistemas articulados com diferentes deformações utilizando uma formulação co-rotacional. In: XXIV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, 2003, Ouro Preto, MG, Brasil. **Anais...** Ouro preto: XXIV CILAMCE, 2003.

MIYAZAKI, J. P. L.; SOUZA, L. A. F.; MARTINS, C. H. Análise não linear de treliças com a formulação corrotacional de elementos finitos e diferentes medidas de deformações. **Revista Tecnológica**, v. 29, n. 2, p. 499-515, 2020.

POTRA, F. A.; PTÁK V. **Nondiscrete induction and iterative processes**, Research Notes in Mathematics, vol. 103. Boston: Pitman Advanced Publishing Program, 1984.

RIKS, E. The application of Newton's methods to the problems elastic stability. **Journal of Applied Mechanics**, v. 39, n. 4, p. 1060-10656, 1972.

SCILAB, version 6.1.0. **ESI Group**, 2020.

SOLEYMANI, F.; SHARMA, R.; LI, X.; TOHIDI, E. An optimized derivative-free form of the Potra–Pták method. **Mathematical and Computer Modelling**, v. 56, n. 5-6, p. 97-104, 2012.

SOUZA, L. A. F.; CASTELANI, E. V.; SHIRABAYASHI, W. V. I.; ALIANO FILHO, A.; MACHADO, R. D. Trusses Nonlinear Problems Solution with Numerical Methods of Cubic Convergence Order. **TEMA (São Carlos)**, v. 19, n. 1, p. 161-179, 2018.

TOLENTINO, L. D.; SOUZA, L. A. F. Análise comparativa entre medidas de deformação em estruturas de barra. **Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas**, v. 40, n. 2, p. 161-168, 2019.

TORKAMANI, M. A. M.; SONMEZ, M. Solution techniques for nonlinear equilibrium equations. In: Structures Congress 2008: 18th Analysis and Computation Specialty Conference, 2008, Vancouver, Canadá. **Proceedings...** Vancouver: 2008 ASCE, 2008. p. 1-17.

WEMPNER, G. Discrete approximation related to nonlinear theories of solids. **International Journal of Solids and Structures**, v. 7, p. 1581–1599, 1971.

WONG, M. B.; TIN-LOI, F. Geometrically nonlinear analysis of elastic framed structures. **Computers & Structures**, v. 34, n. 4, p. 633-640, 1990.

WRIGGERS, P. **Nonlinear Finite Element Methods**. Berlin: Springer-Verlag, 2008.

YAW, L. L. **2D Co-rotational Truss Formulation**. Walla Walla: Walla Walla University, 2009.

YAW, L. L. **3D Co-rotational Truss Formulation**. Walla Walla: Walla Walla University, 2011.

## Análise numérica de blocos sobre duas estacas metálicas com diferentes tipos de ligação entre estaca e bloco

Vítor Freitas Gonçalves<sup>1</sup>; Rodrigo Gustavo Delalibera<sup>2\*</sup>; José Samuel Giongo<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, Campus Santa Mônica, Av. João Naves de Ávila, 2121, Santa Mônica, Bloco 1Y, CEP: 38408-100, Uberlândia, Brasil, vitorfrg@gmail.com.

<sup>2</sup>Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia – Campus Santa Mônica, Av. João Naves de Ávila, 2121, Santa Mônica, Bloco 1Y, CEP: 38408-100, Uberlândia, Brasil, delalibera@ufu.br.

<sup>3</sup>Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Av. Trabalhador São-carlense, 400, São Carlos – SP, Brasil, jsgiongo@sc.usp.br.

### Numerical analysis of two-pile caps on steel piles with different pile-to-cap connections

#### Resumo

Perfis metálicos são utilizados em diversas aplicações na construção civil. No entanto, ainda existem dúvidas relacionadas ao comportamento estrutural de blocos de coroamento quando se utilizam estacas metálicas. Neste trabalho foram elaborados 63 modelos computacionais variando-se: o comprimento de embutimento da estaca no bloco; a resistência à compressão do concreto; e o tipo de ligação entre estaca metálica e o bloco. O objetivo foi avaliar e adequar o modelo de bielas e tirantes e analisar diferentes tipos de ligação entre a estaca metálica e bloco. Por meio de uma análise estatística de variância, observou-se que os tipos de ligação estudados não tiveram influência significativa sobre a capacidade portante dos blocos de coroamento.

**Palavras-chave:** Blocos sobre estacas, análise numérica, estacas metálicas, ligação entre estaca e bloco.

#### Abstract

Steel profiles are used in several applications in civil construction. However, there are still doubts related to the structural behavior of pile caps when using steel piles. In this work, 63 computational models were elaborated, varying: the length of the pile embedded in the pile cap; the compressive strength of concrete; and the type of connection between the steel pile and the pile cap. The objective was to evaluate and adapt the strut and tie model and to analyze different types of connection between the steel pile and the pile cap. Through a statistical analysis of variance, it was observed that the types of connection studied did not have a significant influence on the bearing capacity of the pile caps.

**Keywords:** Pile caps, numerical analysis, steel piles, pile-to-cap connection.

\* autor correspondente

## 1 Introdução

Blocos sobre estacas são elementos estruturais volumétricos cuja função é transferir as ações da superestrutura para a infraestrutura. Apesar de serem essenciais para a segurança e durabilidade os blocos geralmente são elementos enterrados e, portanto, não permitem a inspeção visual quando em serviço, assim, é de fundamental importância que se tenha conhecimento do comportamento estrutural deste elemento.

Tradicionalmente, o dimensionamento de blocos sobre estacas é realizado por meio de métodos baseados na teoria de flexão ou por modelos de bielas e tirantes. Segundo Adebar et al. (1990), Nori & Tharval (2007), Ahmad et al. (2009) e Souza et al. (2009), o modelo de bielas e tirantes apresenta resultados satisfatórios para o dimensionamento de blocos sobre estacas que possuem a distância do eixo da estaca até a face do pilar menor ou igual a duas vezes a altura do bloco. Na Figura 1 é apresentado o modelo de bielas e tirantes proposto por Blévot & Frémy (1967). Segundo os autores, o ângulo de inclinação da biela ( $\theta$ ) deve estar entre  $45^\circ$  e  $55^\circ$ . Já a ABNT NBR 6118 (2014) estabelece que esse ângulo deve estar entre  $29,69^\circ$  e  $63,43^\circ$ .

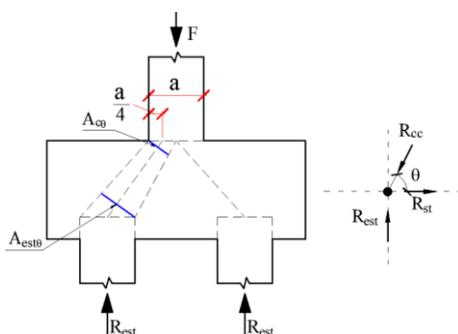


Figura 1 – Modelo de bielas e tirantes proposto por Blévot & Frémy (1967). Adaptado de Blévot & Frémy (1967)

Normas como ABNT NBR 6118 (2014), ACI 318-19 (2019) e CEB-FIP Model Code (2012) não apresentam um MET específico, ficando a cargo do engenheiro definir o modelo mais adequado. A norma EHE-08 (2011) apresenta MET para casos comuns como de blocos sobre duas, três e quatro estacas. A seleção do MET mais apropriado em cada caso é importante, pois qualquer mudança na geometria da treliça mudará consideravelmente os resultados obtidos.

Dentre os METs existentes podem-se destacar os de Blévot & Frémy (1967), Schlaich & Schäfer (1991), Fusco (2013) e Meléndez *et al.* (2019). A diferença entre os modelos está na geometria da treliça e nas regiões nodais. Excetua-se o modelo de Meléndez *et*

al. (2019), que considera plasticidade do concreto, compatibilidade de deformações e diferentes modos de falha.

Nos METs um dos principais parâmetros é a máxima tensão admitida nas regiões nodais. Não se tem um consenso sobre qual o valor mais apropriado para tal parâmetro. Na Tabela 1 são apresentadas as tensões nodais máximas recomendadas por diferentes referências para as regiões nodais superior ( $\sigma_{ns}$ ) e inferior ( $\sigma_{ni}$ ), considerando o caso específico de blocos sobre duas estacas. Nota-se que as tensões nodais máximas estão em função da resistência de cálculo à compressão do concreto ( $f_{cd}$ ). Na Tabela 1 apresentam-se as tensões máximas sem os coeficientes de minoração das resistências dos materiais e do coeficiente relacionado ao efeito de cargas de longa duração. Tais tensões estão em função da resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ).

Tabela 1 – Tensões nodais máximas recomendadas para blocos sobre duas estacas.

Referência	Limites da literatura		Limites da literatura sem coeficientes*	
	$\sigma_{ns}$	$\sigma_{ni}$	$\sigma_{ns}$	$\sigma_{ni}$
Blévoit & Frémy (1967)	$1,4 \cdot f_{cd}$	$1,0 \cdot f_{cd}$	$1,4 \cdot f_c$	$1,0 \cdot f_c$
Schlaich & Schäfer (1991)	$1,1 \cdot f_{cd}$	$0,8 \cdot f_{cd}$	$1,1 \cdot f_c$	$0,8 \cdot f_c$
Fusco (2013)	$0,2 \cdot f_{cd}$	$0,2 \cdot f_{cd}$	$0,2 \cdot f_c$	$0,2 \cdot f_c$
Meléndez <i>et al.</i> (2019)	$1,0 \cdot f_{cp}$	$\frac{f_{cp}}{0,8 + 170 \cdot \varepsilon_{st}}$	$1,0 \cdot f_{cp}$	$\frac{f_{cp}}{0,8 + 170 \cdot \varepsilon_{st}}$
ABNT NBR 6118 (2014)	$0,85 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd}$	$0,72 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd}$	$1,0 \cdot f_c$	$0,85 \cdot f_c$
ACI 318-19 (2019)	$0,85 \cdot f_{cd}$	$0,68 \cdot f_{cd}$	$1,0 \cdot f_c$	$0,80 \cdot f_c$
CEB-FIP <i>Model Code</i> 2010	$1,10 \cdot \eta_{fc} \cdot f_{cd}$	$0,75 \cdot \eta_{fc} \cdot f_{cd}$	$1,29 \cdot f_c$	$0,88 \cdot f_c$
EHE-08 (2011)	$1,0 \cdot f_{cd}$	$0,7 \cdot f_{cd}$	$1,18 \cdot f_c$	$0,82 \cdot f_c$

\*Foram desconsiderados os coeficientes  $\alpha_{v2}$  e  $\eta_{fc}$ ; Os valores normativos foram divididos por 0,85 para se eliminar o efeito de cargas de longa duração. Para concretos com  $f_c$  maior do que 20 MPa,  $f_{cp} = 0,27 \cdot f_c^{2/3}$ .

Muitas pesquisas foram feitas em blocos sobre estacas de concreto. Blévoit & Frémy (1967) ensaiaram 116 blocos, onde verificaram a influência de diferentes arranjos de armadura e propuseram um MET para o cálculo de blocos. Adebar et al. (1990) e Delalibera & Giongo (2008) verificaram a viabilidade do uso de METs no cálculo de blocos sobre estacas e investigaram as dimensões da escora (diagonal comprimida). Sam & Iyer (1995) e Buttignol & Almeida (2012) verificaram resultados com modelagens computacionais de blocos sobre estacas por meio do método dos elementos finitos.

Quanto a blocos sobre estacas metálicas, poucas informações são encontradas na literatura técnica. A ABNT NBR 6122 (1996) sugere que a ligação da estaca com o bloco poderá ser feita utilizando-se um comprimento de embutimento da estaca dentro do

bloco de 20 cm, juntamente com uma armadura helicoidal colocada logo acima da armadura longitudinal (tirante) do bloco junto ao perfil metálico. Já as versões da norma publicadas em 2010 e em 2019, ABNT NBR 6122 (2010) e ABNT NBR 6122 (2019), apenas recomendam que a ligação seja feita por meio de chapas, armadura de fretagem ou barras de aço longitudinais. O manual técnico da empresa Gerdau (2018) aconselha a utilização de armadura helicoidal (estribos) envolvendo o “pescoço” da estaca (parte da estaca abaixo da cota de arrasamento), com barras de aço soldadas na estaca para aumentar a aderência. O mesmo manual recomenda evitar a utilização de chapas soldadas no topo das estacas metálicas devido à dificuldade técnica de execução. Há aqui, portanto, uma divergência entre as duas citações.

O emprego de estacas metálicas proporciona algumas vantagens em relação às estacas de concreto, como: menor intensidade de vibração durante o processo de cravação; alta resistência à flexão e tração; possibilidade de cravação em solos de difícil penetração; e facilidade de corte e emenda. No entanto, mesmo sendo amplamente utilizadas, poucos estudos com foco em blocos sobre estacas metálicas são encontrados.

O *State of Ohio Department of Highways* (1947) ensaiou 47 blocos sobre uma estaca metálica, variando diferentes parâmetros em cada série, e concluiu que a utilização de uma chapa no topo da estaca não aumenta a resistência da ligação. Slutter (1976) ensaiou 2 blocos sobre seis estacas metálicas e verificou que o comprimento de embutimento de 15 cm foi adequado e que as placas metálicas colocadas sobre as estacas não melhoram o comportamento estrutural dos blocos. Tomaz (2018) ensaiou 4 blocos apoiados sobre duas estacas metálicas em perfil W200x150, variando os comprimentos de embutimento das estacas no bloco. Tomaz (2018) concluiu que o comprimento de embutimento mais adequado foi de 10 cm, além de verificar que a utilização de chapa metálica soldada no topo da estaca melhorou a capacidade resistente do bloco. Shama et al. (2002) e Xiao & Chen (2002) estudaram blocos sobre estacas metálicas nos quais a estaca é submetida à tração e/ou força horizontal, de forma a simular uma situação de sismo.

Uma das dúvidas relacionadas ao dimensionamento de blocos sobre estacas metálicas está correlacionada à área da região nodal inferior (região entre o bloco e a “cabeça” da estaca). Se for considerada somente a área da seção transversal do perfil metálico, os

valores de tensão resultantes ficariam elevados. Tomaz (2018) recomenda considerar a área do retângulo envolvente que contém os limites da estaca, como mostrado na Figura 2.

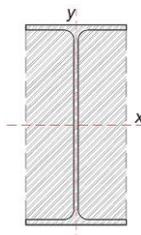


Figura 2 – Área a ser considerada para a verificação da região nodal inferior, Tomaz (2018)

## 1.1 Objetivos

O objetivo deste trabalho foi analisar o comportamento mecânico de blocos sobre duas estacas metálicas constituídas de perfil I e avaliar a influência de diferentes tipos de arranjo da ligação entre estaca e bloco, por meio da análise de variância. Pretende-se também analisar os diversos modelos teóricos existentes e os limites para as tensões nodais recomendados pela literatura técnica.

## 1.2 Justificativa

Este trabalho justificou-se pelo fato de ainda existirem incertezas sobre o comportamento de blocos sobre estacas metálicas, mais especificamente com relação ao melhor arranjo da ligação entre estaca e bloco e como se tratar a região nodal inferior. Fica evidente, portanto, a necessidade de análise destes elementos estruturais, visando-se estabelecer diretrizes de dimensionamento.

## 2 Análise numérica

### 2.1 Propriedades dos modelos computacionais

Para esta etapa foram desenvolvidos modelos tridimensionais não-lineares baseados no método dos elementos finitos, sendo utilizado o programa de computador ANSYS®.

Modelou-se um bloco sobre duas estacas metálicas ensaiado experimentalmente por Tomaz (2018), que serviu de referência para validar o modelo computacional.

De acordo com Tomaz (2018), o bloco foi dimensionado segundo as recomendações da ABNT NBR 6118 (2014) e do modelo de Blévo & Frémy (1967), com ângulo entre a escora e o plano horizontal igual a 45°. O bloco foi construído somente com armadura

principal de tração, constituída de 4 barras de 20 mm de diâmetro, concentradas acima das estacas, com espaçamento entre barras igual a 20 mm. O pilar foi armado com 8 barras de 10 mm de diâmetro e estribos de 6,3 mm de diâmetro, espaçados a cada 2,5 cm. As propriedades geométricas do bloco estão mostradas na Tabela 2 e na Figura 3, enquanto as dimensões dos perfis metálicos são mostradas na Figura 4.

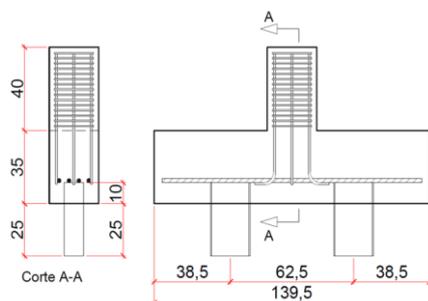


Figura 3 – Propriedades geométricas do bloco ensaiado por Tomaz (2018). Dimensões em cm.

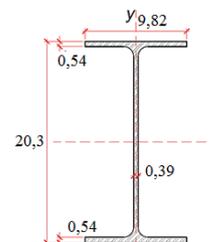


Figura 4 – Dimensões dos perfis metálicos em cm.

Tabela 2 – Propriedades geométricas do bloco.

Altura (cm)	Distância entre eixo das estacas (cm)	Comprimento do bloco (cm)	Largura (cm)	Seção do pilar (cm x cm)	Comprimento total das estacas (cm)
35	62,5	139,5	25	25 x 25	35

As propriedades mecânicas das barras de aço e do concreto utilizados no espécime ensaiado por Tomaz (2018) estão apresentadas nas Tabelas 3 e 4.

A geometria e a malha do modelo foram criadas no programa de computador AutoCad® e exportadas para o programa computacional ANSYS® por meio de extensão do tipo IGES. Na Figura 5 é mostrada a malha utilizada no modelo. Em função das discontinuidades geométricas, a malha hexaédrica apresentou dimensões variáveis, com elementos de 2,5 cm de lado, em média.

Foram desenvolvidos modelos com a armadura longitudinal simulada de duas formas: por meio de elementos de barra discretizados na malha de elementos finitos e por meio de taxa volumétrica distribuída. Isto foi feito considerando-se as complexidades do modelo, de forma que o fator “tipo de modelagem da armadura” não tivesse influencia na resposta obtida.

Para a modelagem discreta das barras de aço foi utilizado o elemento finito *Link 180*. Este tipo de modelagem atribui a rigidez do aço aos nós do concreto, na direção em que

a armadura foi discretizada, o que não permite o deslizamento entre concreto e o aço e, portanto, não simula o fenômeno de aderência entre os dois materiais. Para a consideração da plasticidade do aço foi empregado o modelo bilinear isotrópico, considerando o material com comportamento elasto-plástico perfeito. Os parâmetros de entrada para o critério de falha foram:  $f_y$ ,  $\epsilon_y$  e  $E_s$ ; os quais são mostrados na Tabela 3. Na Figura 6 é mostrada a malha de elementos finitos de barra que compõe a modelagem das barras de aço por meio do elemento *Link 180*.

Tabela 3 – Propriedades mecânicas das barras de aço e das estacas metálicas.

Elemento	$f_y$ (MPa)	$\epsilon_y$ (%)	$f_u$ (MPa)	$E_s$ (GPa)
Barras	596,6	2,70	691,5	211,1
Estacas	345,0	-	-	200,0

$f_y$ : resistência das barras de aço ao escoamento;  $\epsilon_y$ : deformação de escoamento das barras de aço;  $f_u$ : resistência última das barras de aço;  $E_s$ : módulo de elasticidade longitudinal dos materiais metálicos.

Tabela 4 – Propriedades mecânicas do concreto.

Elemento	$f_c$ (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)
Pilar	43,85	4,43	47813,0
Bloco	17,95	2,17	29257,0

$f_c$ : resistência à compressão do concreto;  $f_{ct,sp}$ : resistência à tração por compressão diametral do concreto;  $E_c$ : módulo de elasticidade longitudinal do concreto.

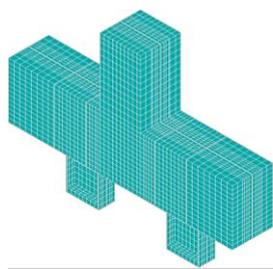


Figura 5 – Vista isométrica da malha de elementos finitos de volume

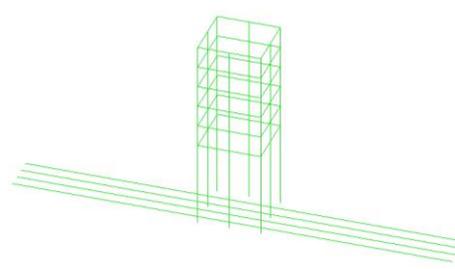


Figura 6 – Vista isométrica da malha de elementos finitos de barra

Para a modelagem das armaduras por meio de taxa volumétrica distribuída atribui-se aos elementos de volume de concreto uma taxa de aço e a direção do material. Parte da rigidez do aço é transferida aos elementos de volume na direção definida. A taxa de aço foi atribuída somente aos elementos de concreto posicionados na faixa que passa imediatamente acima das estacas, de forma que o aço ficasse concentrado na mesma

faixa em que foram posicionados os elementos de barra nos modelos com aço simulado por meio do elemento *Link* 180.

Para a modelagem das estacas metálicas foi utilizado o elemento finito *Solid* 185 e a plasticidade do material foi considerada por meio do modelo bilinear isotrópico, com comportamento elasto-plástico perfeito, sendo que os parâmetros de entrada estão descritos na Tabela 3.

Para a modelagem do material concreto utilizou-se o elemento finito *Solid* 65 e o critério de falha *Concrete*, que é análogo ao critério de Willam-Warnke (1975). Este critério simula a fissuração em três direções ortogonais, esmagamento e fluência e controla a rigidez nos planos fissurados por meio de coeficientes de transferência das tensões de cisalhamento, assim como o ganho de resistência do concreto sob um estado de tensões hidrostático. Os parâmetros de entrada são  $f_c$  e  $f_{ct,sp}$ , mostrados na Tabela 4. O coeficiente de Poisson adotado foi igual a 0,2. Para o material concreto do pilar, o parâmetro módulo de elasticidade foi igual a  $E_c$ , também apresentado na Tabela 4.

Verificou-se que, utilizando o módulo de elasticidade do concreto do bloco com valor igual ao obtido experimentalmente por Tomaz (2018), o modelo computacional mostrou-se rígido quando comparado ao modelo experimental. Este comportamento também foi observado nas modelagens computacionais de blocos realizadas por Delalibera (2006) e Buttignol & Almeida (2012). Podem ser citados como principais fatores que contribuíram para a maior rigidez, a complexidade da simulação de elementos tridimensionais, grandes regiões de contato entre elementos com propriedades mecânicas e geométricas diferentes (pilar e bloco, bloco e estacas) e o comportamento do concreto quando fissurado e submetido à estados triaxiais de tensão.

Para solucionar o problema da rigidez do modelo numérico, concebeu-se um procedimento baseado nos estádios de comportamento de concreto armado e nas recomendações de Branson (1977), determinando-se um procedimento para a obtenção de uma rigidez equivalente, considerando-se uma seção transversal homogeneizada, partindo-se dos resultados experimentais de Tomaz (2018).

Tal procedimento consistiu-se em se determinar um módulo de rigidez ( $E_{cs} \cdot I_c$ ) equivalente por meio da idealização do bloco como sendo uma viga bi apoiada de vão igual à distância entre os eixos das estacas. Para tanto, as propriedades geométricas relacionadas ao momento de inércia da seção ( $I_c$ ) foram mantidas constantes, enquanto o valor do módulo de elasticidade do material concreto foi o parâmetro obtido. Este parâmetro foi chamado de 'módulo de elasticidade corrigido' ( $E_{cor}$ ) e foi calculado por meio da Eq. 1. Somente o concreto do bloco teve sua rigidez alterada no modelo numérico. Ressalta-se que esse módulo de elasticidade representa a rigidez no bloco, considerando o mesmo fissurado e homogeneizado (corrigindo-se, portanto, a diferença entre os módulos de elasticidade dos materiais aço e concreto).

Na Eq. 1,  $F$  é força aplicada no topo do pilar;  $L$  é a distância entre os eixos das estacas;  $\delta$  é o deslocamento no meio do vão do bloco e  $I_c$  é o momento de inércia da seção integral do bloco. Foram utilizados os resultados de força e deslocamento obtidos experimentalmente por Tomaz (2018), que conduziram a valores de  $E_{cor}$  máximo e mínimo de 1573 MPa e 963 MPa, respectivamente.

$$E_{cor} = (F \cdot L^3) / (48 \cdot \delta \cdot I_c) \quad (1)$$

Para melhorar a convergência do modelo numérico, modelaram-se chapas metálicas com comportamento elástico e linear no topo do pilar (na região onde foi aplicada a força) e na base (ou ponta) das estacas (região onde foram aplicadas as restrições de translações).

O sistema de apoio empregado experimentalmente por Tomaz (2018) buscou alcançar as condições de um apoio fixo por meio de um sistema em três camadas. A estaca metálica foi apoiada acima de uma chapa metálica com espessura de 1 mm colocada sobre uma placa metálica com espessura de 20 mm, sendo ambas colocadas sobre uma camada de elastômero com espessura de 10 mm.

As condições de apoio da modelagem numérica tiveram o intuito de modelar o sistema de apoio empregado por Tomaz (2018). A translação em  $x$ ,  $y$  e  $z$  dos nós do centro da estaca na direção transversal do bloco foi impedida, como mostrado em destaque na Figura 7 (b), que apresenta a face inferior das estacas. Em função da presença de descontinuidades geométricas no bloco em contato com as estacas (zona nodal inferior,

ligação estaca bloco), adotou-se para o concreto desta região (elementos em na cor amarelo na Figura 8) comportamento elástico e linear.

É importante salientar que os resultados da análise numérica, foram baseados exclusivamente nos resultados experimentais de Tomaz (2018).

Para a solução numérica empregou-se o critério iterativo de Newton-Raphson modificado, admitindo-se tolerância de 10% para a convergência em deslocamentos e 5% para a convergência em força. Permitiu-se um total de 300 passos carga, com no máximo 1600 passos de carga e no mínimo 30.

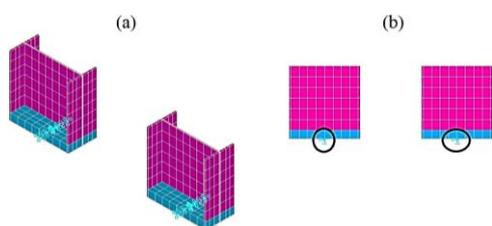


Figura 7 – Parte inferior das estacas: (a) perspectiva isométrica; (b) vista frontal

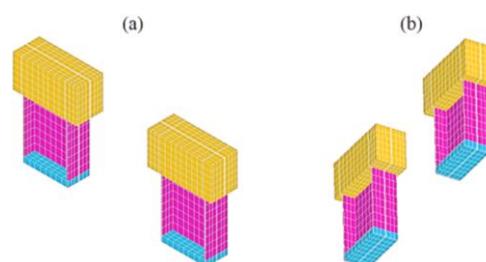


Figura 8 – Região de concreto em contato com as estacas metálicas: (a) perspectiva isométrica; (b) vista inferior

## 2.2 Análise comparativa com os modelos experimentais

Foram realizadas quatro modelagens para fim de comparação com o modelo experimental de Tomaz (2018). A nomenclatura dos modelos desenvolvidos está de acordo com o que segue:  $BE_{ci}$  – Modelo com módulo de elasticidade do concreto do bloco com valor igual ao obtido experimentalmente por Tomaz (2018) e armadura discreta com elementos finitos de barra;  $BE_{máx}$  – Modelo com módulo de elasticidade corrigido de valor máximo e armadura discreta com elemento finitos de barra;  $BE_{mín}$  – Modelo com módulo de elasticidade corrigido de valor mínimo e armadura discreta com finitos de barra;  $BE_{mínTX}$  – Modelo com módulo de elasticidade corrigido de valor mínimo e armadura distribuída por taxa volumétrica nos elementos finitos.

Na Tabela 5 são apresentadas as forças de ruína dos modelos numérico em relação ao modelo experimental.

Na Figura 9 são apresentadas as curvas de força versus deslocamento, em que o deslocamento vertical foi obtido no meio do vão longitudinal do bloco, junto à face inferior do mesmo. Observa-se por meio da Figura 8 e da Tabela 5, que o modelo numérico  $BE_{mín}$  apresentou melhor correlação com os resultados experimentais.

Na Figura 10 é mostrado o panorama de fissuração do modelo numérico  $BE_{\min}$  em comparação com as fissuras do modelo experimental ensaiado por Tomaz (2018). De acordo com o autor, o modelo ensaiado apresentou ruptura caracterizada por fendilhamento da biela (tração diagonal), o que também ocorreu no modelo numérico  $BE_{\min}$ .

Tabela 5 – Análise comparativa das forças últimas.

Modelo	$F_r$ (kN)	$F_{r,fe} / F_{r,exp}$
Experimental	578,65	-
$BE_{ci}$	505,10	0,87
$BE_{\max}$	674,00	1,16
$BE_{\min}$	643,99	1,11
$BE_{\min TX}$	652,57	1,13

$F_r$ : força de ruína;  $F_{r,fe}$ : força de ruína do modelo de elementos finitos.

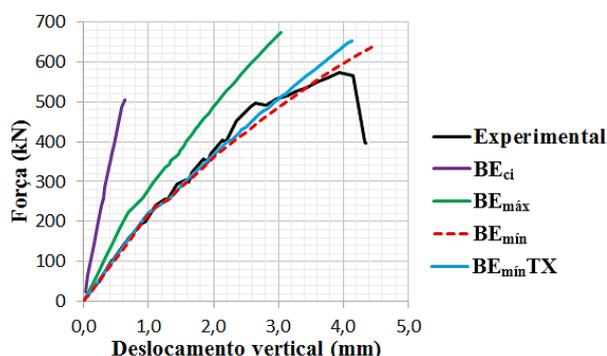


Figura 9 – Deslocamentos do modelo de Tomaz (2018) e dos modelos de elementos finitos

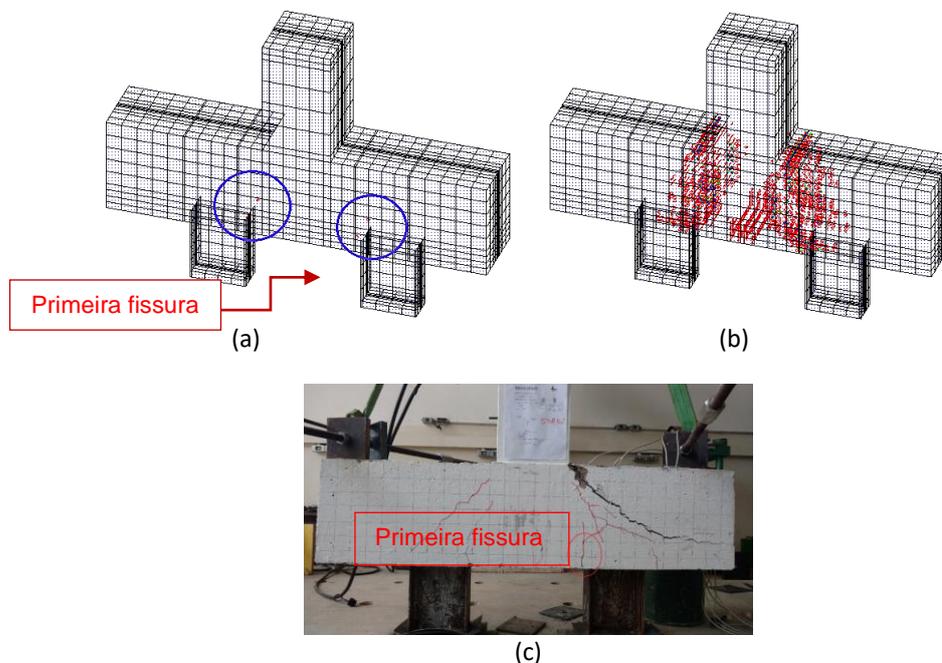


Figura 10 – (a) Primeira fissura - modelo numérico  $BE_{\min}$ ; (b) Panorama de fissuração para a força de ruptura do modelo  $BE_{\min}$ ; (c) Panorama de fissuração do modelo experimental de Tomaz (2018).

Como foi observada uma boa correspondência entre o comportamento do modelo ensaiado experimentalmente por Tomaz (2018) e o modelo  $BE_{\min}$ , para os demais modelos utilizados na análise de variância, utilizaram-se os mesmos parâmetros do modelo  $BE_{\min}$ .

### 3 Análise de variância

#### 3.1 Definição das variáveis

Como o comportamento estrutural de blocos sobre estacas metálicas se assemelha ao de blocos sobre estacas de concreto, com a formação de bielas e tirantes conectando as zonas nodais inferiores, presume-se que a influência de algumas das variáveis já estudadas por outros autores seja semelhante, portanto foram estudadas variáveis associadas às estacas metálicas. Foram escolhidas para o estudo estatístico as seguintes variáveis: Comprimento de embutimento da estaca no bloco ( $Emb$ ); resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ); barras soldadas na estaca metálica paralelamente ao eixo longitudinal da mesma ( $A_{s,sold}$ ); barras soldadas na estaca metálica com estribos espaçados a cada 5 cm ao longo do comprimento das barras ( $A_{s,estr}$ ). A variável de resposta foi a força última ( $F_r$ ). Na Figura 11 é mostrado um esquema da ligação da estaca com o bloco por meio de barras soldadas e estribos posicionados ao longo do comprimento das barras.



Figura 11 – Esquema da ligação da estaca com o bloco por armaduras complementares

De acordo com o planejamento numérico, dois grupos de análise foram delineados, com um total de 63 modelos: Grupo A contemplou blocos com variação no comprimento de embutimento, na resistência à compressão do concreto e na quantidade de barras soldadas aos perfis, sem a influência de estribos ao longo destas barras; Grupo B contemplou blocos com variação no comprimento de embutimento, na resistência à compressão do concreto, na quantidade de barras soldadas, e na quantidade de estribos ao longo das barras soldadas.

A variável comprimento de embutimento teve dimensões iguais a 5 cm, 10 cm e 20 cm. A resistência à compressão do concreto teve valores iguais a 25 MPa, 35 MPa e 45 MPa. Já para a variável barras soldadas no perfil, as quantidades adotadas tiveram base no tamanho das abas dos perfis que recebem as barras. Para o Grupo A foram adotados os valores 0 barras, 4 barras e 6 barras, enquanto para o Grupo B adotaram-se 2 barras, 4 barras e 6 barras. Foi necessário adotar no mínimo duas barras no Grupo B pois os estribos ao longo das barras soldadas precisaram ser fixados às mesmas. Para a variável estribos ao longo das barras soldadas considerou-se as configurações com e sem estribos.

### **3.2 Resultados da análise de variância**

Os resultados obtidos para o processamento dos modelos dos Grupos A e B estão mostrados nas Tabelas 6 e 7, respectivamente, em que: Emb é comprimento de embutimento da estaca no bloco;  $f_c$  é a resistência à compressão do concreto;  $A_{s,sold}$  é o número de barras soldadas na estaca metálica;  $A_{s,estr}$  são os estribos espaçados a cada 5 cm ao longo do comprimento das barras soldadas;  $F_r$  é a força de ruína. O nome de cada modelo está de acordo com os exemplos:

- B25E10S0: Concreto do bloco com resistência à compressão de 25 MPa, comprimento de embutimento igual a 10 cm, sem barras soldadas nos perfis e sem estribos (sem armaduras complementares);
- B25E10S6T: Concreto do bloco com resistência à compressão de 25 MPa, comprimento de embutimento igual a 10 cm, com 6 barras soldadas em cada perfil e com a presença de estribos ao longo das barras soldadas.

A partir dos resultados obtidos foram desenvolvidas duas análises de variância, uma para cada grupo de análise. Nas Tabelas 8 e 9 são apresentadas as análises de variância dos grupos A e B, respectivamente. Adotou-se, para todas as análises, um nível de significância fixo de 5%, ou seja, um resultado de p-value menor do que 0,05 indica que a variável independente considerada tem influência significativa sobre a variável resposta (capacidade portante).

Observa-se que, para a utilização da formulação completa da análise de variância com três fatores, com todas as possíveis interações entre os fatores, o número de réplicas deve ser maior ou igual a dois. Como não houve realização de réplicas no presente

estudo estatístico, utilizou-se um modelo de ANOVA sem interação entre três fatores, sendo considerada somente a interação entre os pares de fatores, o que faz com que o grau de liberdade do erro seja diferente de zero.

Tabela 6 – Resultado dos modelos do Grupo A.

Modelo	Emb (cm)	f <sub>c</sub> (MPa)	A <sub>s,sold</sub>	F <sub>r</sub> (kN)	Modelo	Emb (cm)	f <sub>c</sub> (MPa)	A <sub>s,sold</sub>	F <sub>r</sub> (kN)
B25E5S0	5	25	0	875,2	B35E10S4	10	35	4	1054,2
B25E10S0	10	25	0	880,8	B35E20S4	20	35	4	1036,7
B25E20S0	20	25	0	832,7	B35E5S6	5	45	4	1262,9
B25E5S4	5	35	0	1091,1	B35E10S6	10	45	4	1199,6
B25E10S4	10	35	0	1085,4	B35E20S6	20	45	4	1137,9
B25E20S4	20	35	0	1061,5	B45E5S0	5	25	6	782,9
B25E5S6	5	45	0	1263,1	B45E10S0	10	25	6	851,8
B25E10S6	10	45	0	1182,3	B45E20S0	20	25	6	834,3
B25E20S6	20	45	0	1185,0	B45E5S4	5	35	6	1059,2
B35E5S0	5	25	4	838,6	B45E10S4	10	35	6	1061,5
B35E10S0	10	25	4	820,8	B45E20S4	20	35	6	981,9
B35E20S0	20	25	4	794,9	B45E5S6	5	45	6	1263,3
B35E5S4	5	35	4	1061,7	B45E10S6	10	45	6	1201,4
					B45E20S6	20	45	6	1166,8

Tabela 7 – Resultado dos modelos do Grupo B.

Modelo	Emb (cm)	f <sub>c</sub> (MPa)	A <sub>s,sold</sub>	F <sub>r</sub> (kN)	Modelo	Emb (cm)	f <sub>c</sub> (MPa)	A <sub>s,sold</sub>	F <sub>r</sub> (kN)
A <sub>s,estr</sub> (sem)					A <sub>s,estr</sub> (com)				
B25E5S2	5	25	2	812,4	B25E5S2T	10	25	2	853,1
B25E10S2	10	25	2	849,3	B25E10S2T	20	25	2	845,8
B25E20S2	20	25	2	844,1	B25E20S2T	5	25	2	1087,1
B25E5S4	5	35	2	1023,3	B25E5S4T	10	35	2	1075,8
B25E10S4	10	35	2	1071,1	B25E10S4T	20	35	2	1057,0
B25E20S4	20	35	2	1016,3	B25E20S4T	5	35	2	1219,5
B25E5S6	5	45	2	1248,5	B25E5S6T	10	45	2	1219,5
B25E10S6	10	45	2	1182,4	B25E10S6T	20	45	2	1125,5
B25E20S6	20	45	2	1165,0	B25E20S6T	5	45	2	790,8
B35E5S2	5	25	4	838,6	B35E5S2T	10	25	4	852,4
B35E10S2	10	25	4	820,8	B35E10S2T	20	25	4	814,7
B35E20S2	20	25	4	794,9	B35E20S2T	5	25	4	1071,7
B35E5S4	5	35	4	1061,7	B35E5S4T	10	35	4	1068,0
B35E10S4	10	35	4	1054,2	B35E10S4T	20	35	4	1005,9
B35E20S4	20	35	4	1036,7	B35E20S4T	5	35	4	1263,6
B35E5S6	5	45	4	1262,9	B35E5S6T	10	45	4	1236,0
B35E10S6	10	45	4	1199,6	B35E10S6T	20	45	4	1096,0
B35E20S6	20	45	4	1137,9	B35E20S6T	5	45	4	762,1
B45E5S2	5	25	6	782,9	B45E5S2T	10	25	6	776,8
B45E10S2	10	25	6	851,8	B45E10S2T	20	25	6	843,3
B45E20S2	20	25	6	834,3	B45E20S2T	5	25	6	1027,2
B45E5S4	5	35	6	1059,2	B45E5S4T	10	35	6	1066,6
B45E10S4	10	35	6	1061,5	B45E10S4T	20	35	6	1062,0
B45E20S4	20	35	6	981,9	B45E20S4T	5	35	6	1263,9
B45E5S6	5	45	6	1263,3	B45E5S6T	10	45	6	1158,6
B45E10S6	10	45	6	1201,4	B45E10S6T	20	45	6	1116,4

Somente os fatores embutimento da estaca ( $E_{mb}$ ) e resistência à compressão ( $f_c$ ) influenciaram na capacidade portante dos blocos, sendo que no caso do Grupo B a interação entre os dois fatores ( $E_{mb} \times f_c$ ) também influenciou. Tal resultado está de acordo com o esperado, já que o embutimento da estaca está relacionado com o ângulo de inclinação das bielas, que é um parâmetro relevante em todos os modelos de cálculo encontrados na literatura, o que também ocorre para a resistência à compressão do concreto. Além disto, observou-se que as armaduras complementares testadas ( $A_{s,sold}$  e  $A_{s,estr}$ ) não influenciaram na capacidade portante dos blocos. Os resultados obtidos corroboram com os estudos de Tomaz (2018), que verificou experimentalmente a influência do embutimento em blocos sobre duas estacas metálicas.

Tabela 8 – Análise de variância: Grupo A.

Fatores	p-value
$E_{mb}$	0,0061
$f_c$	0,0000
$A_{s,sold}$	0,0658
$E_{mb} \times f_c$	0,0665
$E_{mb} \times A_{s,sold}$	0,7487
$f_c \times A_{s,sold}$	0,4910

Tabela 9 – Análise de variância: Grupo B.

Fatores	p-value
$E_{mb}$	<b>0,0000</b>
$f_c$	<b>0,0000</b>
$A_{s,sold}$	0,3121
$A_{s,estr}$	0,7787
$E_{mb} \times f_c$	<b>0,0000</b>
$E_{mb} \times A_{s,sold}$	0,1608
$E_{mb} \times A_{s,estr}$	0,8932
$f_c \times A_{s,sold}$	0,6625
$f_c \times A_{s,estr}$	0,3715
$A_{s,sold} \times A_{s,estr}$	0,1365

Na Figura 12 é ilustrada a relação entre força de ruína ( $F_r$ ), resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ) e embutimento da estaca ( $E_{mb}$ ). Observou-se que a resistência à compressão tem maior influência sobre a força de ruína do que o embutimento da estaca, o que também está de acordo com os modelos de cálculo recomendados pela literatura técnica. Na Figura 13 são mostradas as curvas de forças versus deslocamento, relativo ao centro geométrico da face inferior dos modelos B25E10S0 e B25E10S6T.

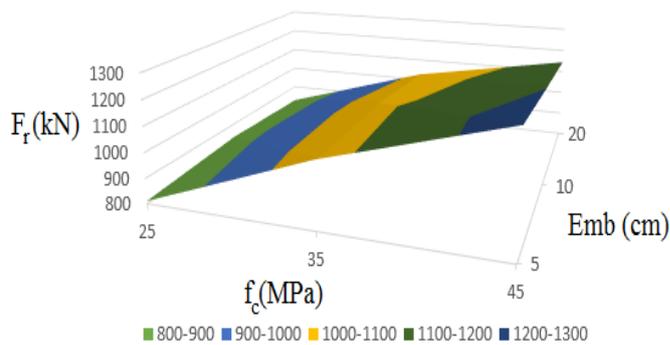


Figura 12 – Superfície de  $F_r$  em função de  $f_c$  e Emb

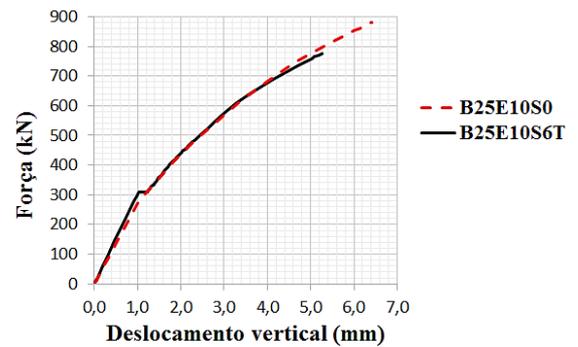


Figura 13 – Curvas de forças versus deslocamento dos modelos

Na Figura 14 é mostrado o fluxo das tensões principais de compressão nos modelos sem nenhuma armadura complementar (B25E10S0) e com o máximo de armaduras complementares (B25E10S6T), ambos com  $f_c$  igual a 25 MPa e embutimento de 10 cm.

Observa-se que as tensões de compressão tendem a se concentrar na aba mais interna do perfil metálico. A distribuição de tensões dos dois modelos é similar, com um leve alargamento das bielas de compressão no modelo que possui armaduras complementares.

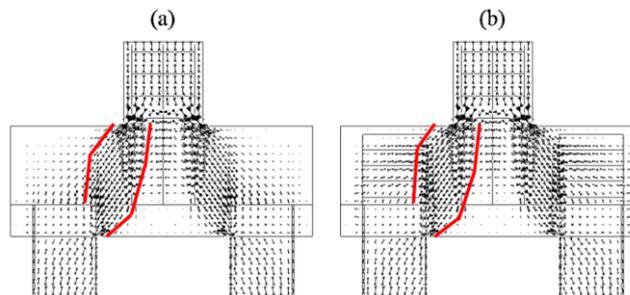


Figura 14 – Tensões principais de compressão: (a) B25E10S0; (b) B25E10S6T

Observa-se que ambos os modelos apresentaram respostas praticamente idênticas. Na Figura 15 é apresentado o panorama de fissuração dos mesmos modelos. Observa-se que as armaduras complementares distribuíram com maior eficiência as fissuras próximas ao pilar, na parte superior do bloco, bem como diminuíram a fissuração que ocorre no centro da face inferior do bloco. Contudo, ressalta-se que a diferença entre as respostas dos modelos citados foi pequena e, portanto, somente com base nos resultados descritos não se pode afirmar que as armaduras complementares melhoraram o comportamento mecânico dos blocos, sendo necessária a continuação desta pesquisa por meio de ensaios experimentais complementares.

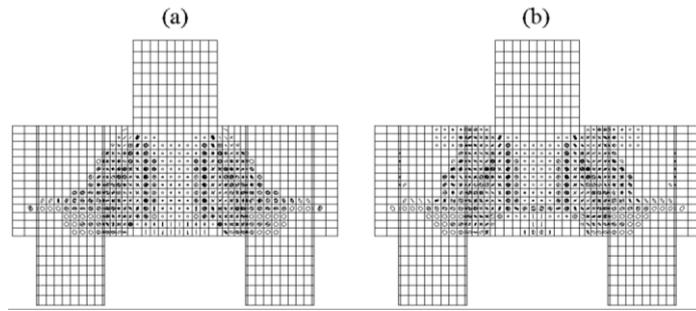


Figura 15 – Panorama de fissuração: (a) B25E10S0; (b) B25E10S6T

### 3.3 Análise das tensões nas regiões nodais

A tensão nas regiões nodais foi calculada por meio dos modelos de Blévet & Frémy (1967), Schlaich & Schäfer (1991) e Fusco (2013). Estes valores de tensão foram comparados com os valores máximos admitidos pelas referências, mostradas na Tabela 1. Foram desconsiderados os coeficientes de ponderação das tensões máximas recomendados pelas normas citadas pois pretendeu-se analisar a aproximação destes valores a uma situação de resultados experimentais. Como o interesse de análise de tensões está relacionada à interface estaca metálica/bloco, apresenta-se nesse trabalho apenas as tensões junto à zona nodal inferior. Na Figura 16 são mostradas as tensões nodais nos modelos do Grupo A, enquanto nas Figuras 17 e 18 são mostradas as tensões nodais nos modelos do Grupo B.

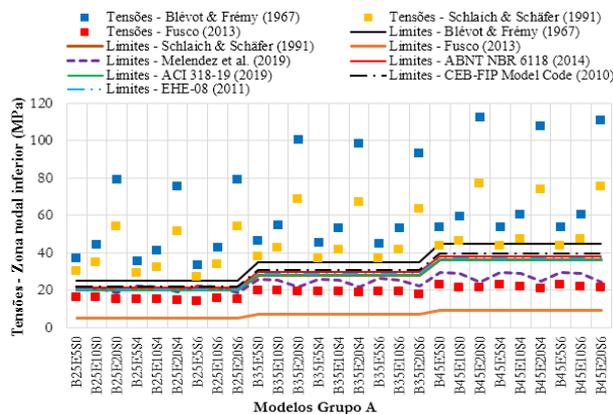


Figura 16 – Análise das tensões na região nodal inferior (Grupo A)

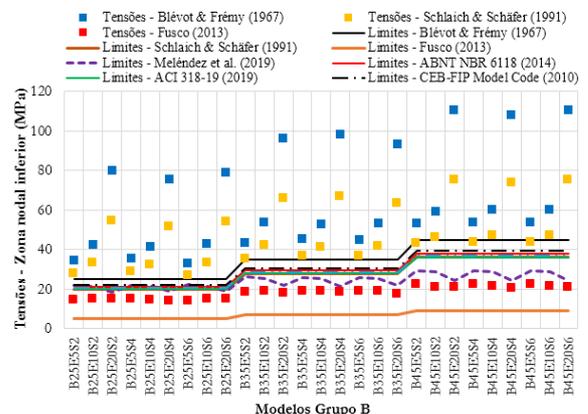


Figura 17 – Análise das tensões na região nodal inferior (Grupo B, sem  $A_{s,est}$ )

Os valores máximos recomendados para a região nodal inferior pelas normas citadas são próximos. As tensões calculadas por meio do modelo de Fusco (2013) só apresentaram valores coerentes com os limites do próprio autor, sendo valores conservadores, com tensões em média 147% maiores do que os limites. Já os valores

máximos para as tensões recomendados por Blévet & Frémy (1967) são os que mais se aproximaram das tensões calculadas.

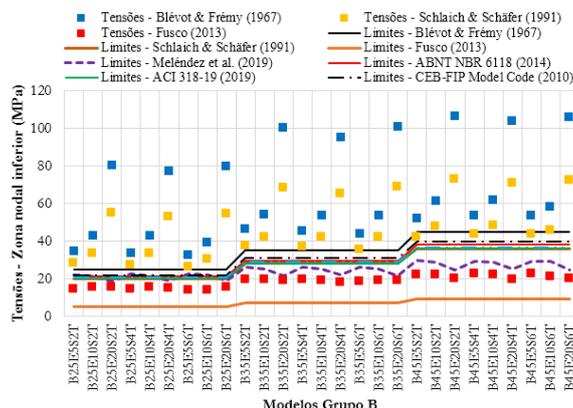


Figura 18 – Análise das tensões na região nodal inferior (Grupo B, com  $A_{s,estr}$ )

Se comparados com os valores máximos para as tensões sugeridos pelo ACI 318-19 (2019), que é a norma que apresenta resultados mais conservadores, os valores recomendados por Blevót & Frémy (1967) são 47% maiores para zona nodal inferior.

Com o aumento do comprimento de embutimento as tensões nodais também aumentaram. No entanto, os modelos com embutimento de 20 cm (inclinação da biela igual a  $31^\circ$ ) apresentaram tensões nodais muito discrepantes em relação aos outros modelos, o que indica que o modelo de bielas e tirantes não é adequado em prever a resposta de blocos com tal inclinação de biela. A tensão na região nodal inferior foi sempre maior que os limites, o que significa que, de acordo com os métodos de cálculo, os modelos apresentaram ruptura por tensão excessiva na região nodal inferior. Como foi apontado anteriormente, a ruptura dos modelos numéricos foi caracterizada por fendilhamento da biela de compressão (tração diagonal).

#### 4 Conclusões

Todos os blocos sobre duas estacas metálicas apresentaram comportamento similar, com formação de bielas e tirantes. Os parâmetros embutimento da estaca no bloco (Emb) e resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ) foram determinantes no comportamento estrutural dos mesmos, de acordo com a análise estatística desenvolvida.

Os tipos de armaduras complementares estudados (barras soldadas nos perfis e armadura em estribos), recomendados na literatura técnica, não influenciaram na capacidade portante dos blocos. Portanto, a armadura em estribos não foi eficiente em

absorver as tensões de tração transversais ao eixo da biela, que estão associadas à ruptura por fendilhamento. Entretanto, a armadura em estribos melhorou a distribuição de fissuras na face superior do bloco e propiciou um leve alargamento da biela de compressão.

Houve concentração de tensões na face do pilar (região nodal superior) e na aba mais interna da estaca (região nodal inferior). Por consequência, a seção transversal da estaca no nível da região nodal inferior foi submetida a flexo-compressão, o que não é contemplado nos modelos de bielas e tirantes analisados.

Os valores calculados de tensão dos blocos com 20 cm de embutimento (inclinação da biela igual a 31°) foram muito discrepantes e, portanto, os modelos de bielas e tirantes estudados não são adequados para o dimensionamento de blocos sobre estacas com tais características.

Observou-se que não há um consenso quanto aos valores máximos para as tensões nodais. O modelo de bielas e tirantes mais conservador foi o de Fusco (2013), que somente é adequado quando aplicado em conjunto com os valores máximos de tensão propostos pelo próprio autor. Por outro lado, o modelo de Blévo & Frémy (1967) foi o mais preciso e pode ser aplicado em conjunto com os valores máximos de tensão recomendados pela maioria das referências.

## 5 Agradecimentos

À Fundação Pesquisa do Estado de Minas Gerais – FAPEMIG e a CAPES.

## 6 Referências bibliográficas

ADEBAR, P.; KUCHMA, D.; COLLINS, M. P. Strut-and-Tie Models for the Design of Pile Caps: An Experimental Study. **ACI Structural Journal**, v.87, n. 01, p. 81-92, Jan-Feb. 1990.

AHMAD, S.; SHAH, A.; ZAMAN, S. Evaluation of the shear strength of four pile cap using strut and tie model (STM). **Journal of the Chinese Institute of Engineers**, v. 32, n. 02, p. 243-249, Jan. 2009.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318-19**: Building code requirements for structural concrete. Michigan: ACI, 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto: Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6122**: Projeto e execução de fundações. Rio de Janeiro: ABNT, 1996.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6122**: Projeto e execução de fundações. Rio de Janeiro: ABNT, 2010.

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6122**: Projeto e execução de fundações. Rio de Janeiro: ABNT, 2019.
- BLÉVOT, J.; FRÉMY, R. Semelles sur pieux. **Annales de L'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics**, v. 20, n. 230, p. 223-295, Fev. 1967.
- BRANSON, D. E. **Deformation of concrete structures**. 1. ed. Nova York: McGraw-Hill, 1977.
- BUTTIGNOL, T. E. T.; ALMEIDA, L. C. Análise numérica tridimensional de blocos sobre duas estacas. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 05, n. 02, p. 252-283, Abr. 2012.
- COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 2010**: Final Draft. Switzerland: FIB, 2012.
- COMISIÓN PERMANENTE DEL HORMIGÓN. **EHE-08**: Instrucción de hormigón estructural. Madrid: CPH, 2011.
- DELALIBERA, R. G.; GIONGO, J. S. Deformations in the strut of two pile caps. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 01, n. 02, p. 121-157, Jun. 2008.
- DELALIBERA, R. G. **Análise numérica e experimental de blocos de concreto armado sobre duas estacas submetidos à ação de força centrada e excêntrica**. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.
- FUSCO, P. B. **Técnica de armar as estruturas de concreto**. 2. ed. São Paulo: Pini, 2013.
- GERDAU. **Estacas metálicas GERDAU**. Porto Alegre: GERDAU, 2018.
- MELÉNDEZ, C.; SAGASETA, J.; SOSA, P. F. M.; RUBIO, L. P. Refined three-dimensional strut-and-tie model for analysis and design of four-pile caps. **ACI Structural Journal**, v. 116, n. 04, p. 15-29, Jul. 2019.
- NORI, V. V.; THARVAL, M. S. Design of pile caps – Strut and tie model method. **Indian Concrete Journal**, v. 81, n. 04, p. 13-19, Abr. 2007.
- SAM, C.; IYER, P. K. Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete four-pile caps. **Computers and Structures**, v. 57, n. 04, p. 605-622, Set. 1995.
- SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K. Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models. **The Structural Engineer**, v. 69, n. 06, p. 113-125, Mar. 1991.
- SHAMA, A. A.; MANDER, J. B.; AREF, A. J. Seismic performance and retrofit of steel pile to concrete cap connections. **ACI Structural Journal**, v. 99, n. 01, p. 1-11, Jan-Fev. 2002.
- SLUTTER, R. G. Full-scale pile cap tests and suggested design procedures. In: Short Course-Seminar on Analysis and Design of Building Foundations, 1975, Bethlehem. **Analysis and Design of Building Foundations**, Bethlehem: Lehigh University, p. 567-581, 1976.
- SOUZA, R.; KUCHMA, D.; PARK, J.; BITTENCOURT, T. Adaptable strut-and-tie model for design and verification of four-pile caps. **ACI Structural Journal**, v. 106, n. 02, p. 153-162, Mar-Abr. 2009.
- STATE OF OHIO DEPARTMENT OF HIGHWAYS. **Investigation of the strength of the connection between a concrete cap and the embedded end of a steel h-pile: Research Report No. 1**. Ohio: SODH, 1947.
- TOMAZ, M. A. **Análise das tensões nodais em blocos de concreto armado apoiado sobre duas estacas metálicas**. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2018.
- WILLAM, K. J.; WARNKE, E. P. Constitutive models for the triaxial behavior of concrete. **Proceedings of the International Association for Bridges and Structural Engineering**, v. 19, n. 01, p. 1-30, Jan. 1975.
- XIAO, Y.; CHEN, L. Behavior of model steel H-pile-to-pile-cap connections. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 80, n. 01, p. 153-162, Jan. 2013.

## Eficiência do coeficiente de redução da área líquida (NBR-14762:2010) em ligações de cantoneiras de aço formadas a frio

Luciano M. Bezerra<sup>1\*</sup>, Ronivon S. Pereira<sup>2</sup>, Valdeir F. DePaula<sup>3</sup>, Jorge Bonilla<sup>4</sup>, Brenda V. Fontes<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Professor, Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil, Universidade de Brasília, [Imbz@unb.br](mailto:Imbz@unb.br)

<sup>2</sup> Aluno, Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil, Universidade de Brasília, [ronivon.sp@gmail.com](mailto:ronivon.sp@gmail.com), [brendavcf94@gmail.com](mailto:brendavcf94@gmail.com)

<sup>3</sup> Professor, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás/IFG/Goiânia, [valdeir.paula@ifg.edu.br](mailto:valdeir.paula@ifg.edu.br)

<sup>4</sup> Professor, Departamento de Matemática Aplicada, Universidade Ciego de Ávila, Cuba, [jorgedbr@unica.cu](mailto:jorgedbr@unica.cu)

### Efficiency of the net area reduction coefficient (NBR-14762:2010) on bolted connections of cold formed steel angles

#### Resumo

Este trabalho apresenta uma investigação analítica e experimental do coeficiente de redução da área líquida,  $C_t$ , em cantoneiras de aço, formadas a frio, conectadas por parafusos e submetidas a esforço de tração. São apresentados resultados experimentais disponíveis na literatura e mais 86 ensaios inéditos realizados em cantoneiras de aço fabricado no Brasil. Ao se considerar a conexão parafusada, surge o fenômeno de *shear lag* que reduz a capacidade resistente da cantoneira. Desse modo, para o cálculo da capacidade última da peça tracionada, a ruptura da seção líquida é examinada e o *shear lag* levado em conta através do coeficiente  $C_t$ . A partir de análises estatísticas de dados experimentais, compara-se o coeficiente  $C_t$  prescrito pela norma Brasileira NBR-14762:2010 com outras formulações.

**Palavras-chave:** Cantoneiras de aço formadas a frio, *shear lag*, ruptura da seção líquida.

#### Abstract

This work presents an analytical and experimental investigation of the net area reduction coefficient,  $C_t$ , in cold-formed steel angles, connected by bolts and subjected to tensile effort. Several experimental results available in the literature are presented, and 86 more unpublished tests carried out on steel angles manufactured in Brazil. When considering the bolted connection, the shear lag phenomenon arises and reduces the ultimate capacity of the angle. Thus, to calculate the ultimate capacity of tension member, the collapse of the net-section is examined and the shear lag taken into account with the coefficient  $C_t$ . From statistical analyses of the experimental data, the  $C_t$  coefficient prescribed by the Brazilian standard NBR-14762:2010 is compared with other formulations.

**Keywords:** Cold-formed steel angles, *shear lag*, net-section failure.

\* autor correspondente

## 1 Introdução

O uso do aço na construção civil brasileira tem sido bastante estimulado nos últimos anos, especialmente devido aos inúmeros benefícios que as estruturas metálicas oferecem, tais como; canteiro de obras reduzido, curto prazo para a execução da obra, projetos arquitetônicos arrojados com a existência de grandes vãos e a exigência de um nível mais elevado de qualidade e precisão na construção. Aliados à racionalização dos processos de fabricação e montagem, esses benefícios tornam as estruturas em aço uma grande alternativa para o desenvolvimento que a indústria da construção pode realizar em todo o país. Quando se trata da construção em aço na engenharia civil, normalmente são utilizadas três seções principais de aço para vigas, colunas e tirantes: (a) perfis laminados a quente (b) perfis soldados e (c) perfis formados a frio. Seções de aço formadas a frio são obtidas a partir do dobramento, a frio, de chapas finas de aço. Os métodos para fabricar tais seções formadas a frio permitem uma grande liberdade no processo de concepção, e oferecem aos arquitetos e engenheiros uma grande variedade de formas e tamanhos para as seções de aço.

Antes de 1940, as seções de aço formadas a frio não eram populares na indústria da construção civil. De acordo com Chung e Lau (1999), desde então, as seções de aço formadas a frio têm desempenhado um papel significativo na construção residencial e há uma tendência constante para estender a sua utilização em edifícios de baixa altura. As principais vantagens das seções formadas a frio são: preço acessível, peso leve, alta resistência e rigidez, qualidade uniforme, facilidade de pré-fabricação e produção em massa, economia no transporte e no manuseamento, montagem e instalação rápida e fácil, entre outras. Segundo Yu (2000) nos Estados Unidos, cerca de 15 mil casas de aço foram construídas em 1993 e 75 mil em 1996. No Brasil, o uso de perfis de aço formado a frio também cresceu substancialmente.

Para elementos tracionados de aço formado a frio o comportamento desses se difere de várias maneiras daquele de aços pesados. Para se desenvolver um bom projeto de estruturas de aço formado a frio, as especificações são altamente desejáveis, e a norma dos EUA, Canadá e México, AISI (2016) e a NBR-14762 (2010) no Brasil, são exemplos de normas de construção correspondentes às estruturas de aços formados a frio. De acordo com as especificações destas normas, considerando a capacidade de

carga máxima, um dos modos de falhas de elementos unidimensionais, como barras e perfis estruturais, sob tração, é a ruptura da seção líquida da seção transversal do elemento tracionado.

Este artigo busca analisar o comportamento estrutural de ligações parafusadas em cantoneiras de aço formadas a frio, visando através de dados experimentais e estatísticos, obter comparações e prescrição que melhor quantifiquem a resistência à ruptura da seção líquida de conexões sujeitas à redução de resistência pelo coeficiente de redução  $C_t$ , que considera o fenômeno *shear lag*. Além dos dados disponíveis na literatura, foram também testados em laboratório mais 86 modelos de cantoneiras em aço COR 420 cujos resultados são aqui apresentados. Com base nesse conjunto de ensaios, as prescrições da NBR-14762 (2010) são aferidas. Uma nova equação para o coeficiente  $C_t$  é proposta e investigada diante da prescrição de outras normas.

## 2 Análise teórica

Entre as verificações mencionadas na literatura, para peças tracionadas, leva-se em consideração também a ruptura da seção líquida em cantoneiras sujeitas ao fenômeno *shear lag*. Tal fenômeno está ligado diretamente à distribuição não uniforme das tensões quando se conecta uma cantoneira sob tração à chapa de espera, ou chapa *Gusset*. A distância da superfície de contato da chapa de espera ao centro de gravidade da seção da cantoneira causa uma redução na eficiência da peça tracionada e isso é levado em consideração através do coeficiente de redução da seção líquida,  $C_t$  (NBR-14762, 2010 e AISI-S100, 2016). A situação apresentada neste artigo se refere à capacidade resistente à ruptura ( $T_r$ ) da seção líquida na região da ligação em barras sob tração. A norma americana AISI-S100 (2016), no item J6, calcula ( $T_r$ ) a partir da capacidade nominal de resistência ( $T_n$ ) multiplicada por um coeficiente  $\phi = 0,65$ . De forma análoga, a NBR-14762 (2010), no item 9.6.2, calcula ( $T_r$ ) também a partir capacidade nominal, mas dividindo ( $T_n$ ) por um coeficiente  $\gamma = 1,65$ . Em resumo, para o AISI-S100 (2016) e a NBR-14762 (2010), a capacidade última da seção líquida, considerando o fenômeno *shear lag*, é dada, respectivamente, pela Equação (1):

$$T_r = \begin{cases} \phi T_n, \phi = 0,65 \text{ (AISI)} \\ T_n/\gamma, \gamma = 1,65 \text{ (NBR)} \end{cases} \quad \text{sendo } T_n = C_t A_n F_u \quad (1)$$

Onde:  $C_t$  é o coeficiente de redução da seção líquida,  $A_n$  é área líquida e  $F_u$  é a tensão de ruptura do aço da chapa do perfil usado.

Dependendo do tipo da seção do perfil, existe uma expressão diferente para  $C_t$ . O cálculo da seção líquida depende da padronização dos furos e se estes estão em linha ou em zig-zag. A expressão matemática na Equação (1) para as cantoneiras (AISI S100-2016) foi estabelecida baseada em pesquisas na Universidade de Missouri-Rolla (EUA), por Laboube e Yu (1995). Esses estudos propuseram a clássica expressão para o coeficiente  $C_t$  para cantoneiras, com dois ou mais parafusos na direção da solicitação da força de tração: A Equação (2) foi inicialmente usada na norma americana AISI-S100 (2007) e posteriormente adotada pela NBR-14762 (2010). Atualmente a Norma americana AISI-S100 (2016) utiliza a Equação (3) no lugar da Equação (2). A Equação (3) é uma equação obtida a partir dos ensaios conduzidos por Teh e Gilbert (2013 e 2014).

$$C_t = 1,0 - 1,2 \left( \frac{\bar{x}}{L} \right) < 0, \quad (2)$$

$$C_t = \left( \frac{1}{1,1 + \frac{0,5b_1}{b_2+b_1} + 2\frac{\bar{x}}{L}} \right) \quad (3)$$

Onde:

- $b_1$  é a largura total da aba da cantoneira não conectada,
- $b_2$  é a largura total da aba da cantoneira conectada,
- $\bar{x}$  é a distância do plano da aba conectada até o centro de gravidade e,
- $L$  é o comprimento total da ligação parafusada.

A Equação (2) leva em consideração o *shear lag*, quando a carga aplicada não é transmitida diretamente a todos os elementos de conexão da seção transversal da peça tracionada. Experiências relatadas na literatura, como (Yip e Cheng, 2000; e Maiola, 2004) demonstram que a Equação (2) pode ser modificada para uma melhor representação do fenômeno *shear lag*. Segundo Kulak e Wu (1997), uma melhor determinação da capacidade final de cantoneiras formadas a frio e conectadas por parafusos passa por uma avaliação mais precisa do fenômeno *shear lag*. Observando a Equação (2), é difícil aceitar que o complexo fenômeno de *shear lag*, no qual o fluxo de tensão varia nas direções longitudinal e transversal da cantoneira dependa somente de  $\bar{x}$  e  $L$ . Nota-se que a Equação (2) não leva em conta outros parâmetros, tais como: as

larguras das abas conectadas e não conectadas, a espessura da cantoneira e o diâmetro do parafuso, entre outros.

### 3 Verificação do coeficiente de redução da área líquida " $C_t$ "

Nesta seção será apresentada a verificação da expressão adotada pela AISI-S100 (2016), pela NBR-14762 (2010), entre outras, para o cálculo do coeficiente de redução da área líquida  $C_t$  para cantoneiras formadas a frio e conectadas por parafusos. A relação entre a capacidade final para a resistência nominal da seção líquida é utilizada para avaliar o coeficiente  $C_t$ . A capacidade final experimental é chamada de " $T_{exp}$ ". A resistência da seção líquida nominal " $T_n$ " é obtida através da Equação (1) usando medidas geométricas da cantoneira e propriedades do aço. Dados experimentais mais antigos e disponíveis na literatura foram utilizados para uma avaliação preliminar do coeficiente de redução " $C_t$ " expressa pela Equação (2). Tais dados se referem aos experimentos de Holcomb et al. (1995) e Yip e Cheng (2000) que relatam 42 experimentos em cantoneiras de aço, sob tração e formadas a frio. Já a Equação (3), atualmente utilizada pela AISI S100 (2016), baseia-se em dados recentes de 69 ensaios em cantoneiras de aço formadas a frio submetidas à tração, dos autores Teh e Gilbert (2013) e Teh e Gilbert (2014). Os ensaios de Holcomb et al. (1995) foram realizados na Universidade de Missouri-Rolla, USA; os de Yip e Cheng (2000) foram realizados na Universidade de Alberta, Canadá, e os de Teh e Gilbert (2013, 2014) realizados na Universidade de Wollongong, Austrália.

A Tabela 1 resume os dados dos experimentos acima mencionados e também reporta as propriedades geométricas e dos materiais das cantoneiras ensaiadas. A referida tabela também apresenta o comportamento do coeficiente  $C_t$  segundo as prescrições da NBR-14762 (2010) para cantoneiras de aço formadas a frio e conectadas por parafusos.

A identificação de cada cantoneira está na Tabela 1, sendo " $b_c$ " a largura da aba conectada; " $b_d$ " a largura da aba não conectada; " $t$ " a espessura uniforme; " $d$ " o diâmetro nominal do parafuso; " $\bar{x}$ " a distância do plano da aba conectada até o centro de gravidade; e " $L$ " o comprimento total da ligação parafusada ao longo da direção da força aplicada. A Figura 1 ilustra uma cantoneira formada a frio.

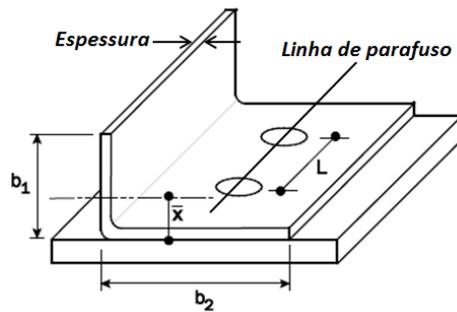


Figura 1- Cantoneira de aço formada a frio com uma conexão de parafusos.

A cantoneira na Figura 1 está ligada por parafusos a uma chapa de espera, ou chapa Gusset. Na Tabela 1, as cantoneiras conectam-se com 2, 3, ou 4 parafusos por linha, e a resistência nominal ( $T_n$ ) é calculada segundo a Eq.(1) com as propriedades geométricas e do material da cantoneira. Com a divisão de ( $T_n$ ) pela carga final de ruptura ( $T_r$ ), obtida experimentalmente ( $T_r = T_{exp}$ ), obtém-se um índice de performance da Eq. (1). Tal índice indica resultado insatisfatório e contra a segurança quando menor que um, ( $T_{exp}/T_n < 1,0$ ); caso contrário, ( $T_{exp}/T_n \geq 1,0$ ), o resultado é conservador.

Tabela 1 – Características e comportamento do coeficiente  $C_t$  dado pela NBR 14762-2010 das cantoneiras de aço formadas a frio, apresentadas por Holcomb et al. (1995), Yip e Cheng (2000) e Teh e Gilbert (2013 e 2014).

Nº. En-saios	Fonte	Config. do modelo	$b_c$ (mm)	$b_d$ (mm)	$t$ (mm)	Nº Par.	$d$ (mm)	$\bar{x}$ (mm)	$L$ (mm)	$T_{exp}$ (kN)	$F_u$ (MPa)	$A$ (mm <sup>2</sup> )	$A_n$ (mm <sup>2</sup> )	$T_n$ (kN)	$\frac{T_{exp}}{T_n}$ (kN)	$\frac{T_{exp}}{T_n}$ (%)	$\frac{T_{exp}}{T_n}$	$C_t$ NBR 14762 (2010)	$C_t$ exp
1	Hol-	LBN11-1	41,30	41,30	1,067	2	12,70	10,81	38,1	15,80	385	86,3	71,11	18,1	-2,3	-14,3	0,875	0,659	0,577
2	comb	LBN11-2	41,30	41,30	1,067	2	12,70	10,81	38,1	16,20	385	86,3	71,11	18,1	-1,9	-11,4	0,897	0,659	0,592
3	et al.	LBN11-3	41,30	41,30	1,067	2	12,70	10,81	38,1	15,90	385	86,3	71,11	18,1	-2,2	-13,5	0,881	0,659	0,581
4	1995	LCN11-1	41,30	41,30	1,067	3	12,70	10,81	76,2	19,60	385	86,3	71,11	22,7	-3,1	-15,9	0,863	0,830	0,716
5		LCN11-2	41,30	41,30	1,067	3	12,70	10,81	76,2	20,00	385	86,3	71,11	22,7	-2,7	-13,6	0,880	0,830	0,731
6		LCN11-3	41,30	41,30	1,067	3	12,70	10,81	76,2	20,90	385	86,3	71,11	22,7	-1,8	-8,7	0,920	0,830	0,763
7		LBN12-1	41,30	82,50	1,067	2	12,70	28,06	38,1	17,90	385	130,2	115,07	17,7	0,2	1,0	1,010	0,400	0,404
8		LBN12-2	41,30	82,50	1,067	2	12,70	28,06	38,1	19,30	385	130,2	115,07	17,7	1,6	8,2	1,089	0,400	0,436
9		LBN12-3	41,30	82,50	1,067	2	12,70	28,06	38,1	18,20	385	130,2	115,07	17,7	0,5	2,6	1,027	0,400	0,411
10		LCN12-1	41,30	82,50	1,067	3	12,70	28,06	76,2	21,90	385	130,2	115,07	24,7	-2,8	-12,9	0,886	0,558	0,494
11		LCN12-2	41,30	82,50	1,067	3	12,70	28,06	76,2	22,80	385	130,2	115,07	24,7	-1,9	-8,4	0,922	0,558	0,515
12		LBN13-1	82,50	41,30	1,067	2	12,70	7,34	38,1	25,30	385	130,2	115,07	34,1	-8,8	-34,6	0,743	0,769	0,571
13		LBN13-2	82,50	41,30	1,067	2	12,70	7,34	38,1	24,40	385	130,2	115,07	34,1	-9,7	-39,6	0,716	0,769	0,551
14		LCN13-1	82,50	41,30	1,067	3	12,70	7,34	76,2	29,80	385	130,2	115,07	39,2	-9,4	-31,5	0,761	0,884	0,673
15		LCN13-2	82,50	41,30	1,067	3	12,70	7,34	76,2	31,70	385	130,2	115,07	39,2	-7,5	-23,6	0,809	0,884	0,716
16		LBN31-1	41,30	41,30	3,048	2	12,70	11,74	38,1	49,00	366	236,5	193,21	44,6	4,4	9,0	1,099	0,630	0,693
17		LBN31-2	41,30	41,30	3,048	2	12,70	11,74	38,1	48,30	366	236,5	193,21	44,6	3,7	7,7	1,084	0,630	0,683
18		LCN31-1	41,30	41,30	3,048	3	12,70	11,74	76,2	58,50	366	236,5	193,21	57,6	0,9	1,5	1,015	0,815	0,827
19		LCN31-2	41,30	41,30	3,048	3	12,70	11,74	76,2	56,70	366	236,5	193,21	57,6	-0,9	-1,7	0,984	0,815	0,802
20		LBN32-1	41,30	82,50	3,048	2	12,70	29,14	38,1	52,00	366	362,1	318,79	46,7	5,3	10,2	1,114	0,400	0,446
21		LBN32-2	41,30	82,50	3,048	2	12,70	29,14	38,1	56,00	366	362,1	318,79	46,7	9,3	16,7	1,200	0,400	0,480
22		LCN32-1	41,30	82,50	3,048	3	12,70	29,14	76,2	62,90	366	362,1	318,79	63,1	-0,2	-0,4	0,996	0,541	0,539
23		LCN32-2	41,30	82,50	3,048	3	12,70	29,14	76,2	60,20	366	362,1	318,79	63,1	-2,9	-4,9	0,953	0,541	0,516
24		LBN33-1	82,50	41,30	3,048	2	12,70	8,20	38,1	80,90	366	362,1	318,79	86,6	-5,7	-7,0	0,935	0,742	0,693
25		LBN33-2	82,50	41,30	3,048	2	12,70	8,20	38,1	79,60	366	362,1	318,79	86,6	-7,0	-8,7	0,920	0,742	0,682
26		LCN33-1	82,50	41,30	3,048	3	12,70	8,20	76,2	88,30	366	362,1	318,79	101,6	-13,3	-15,7	0,869	0,871	0,757
27		LCN33-2	82,50	41,30	3,048	3	12,70	8,20	76,2	90,90	366	362,1	318,79	101,6	-10,7	-11,8	0,895	0,871	0,779
28	Yip e	12,2	102,00	102,00	2,657	2	19,10	26,72	95,5	135,80	516	530,4	475,69	163,1	-27,3	-20,1	0,833	0,664	0,553
29	Chen.	12,3	102,00	102,00	2,657	3	19,10	26,72	191,0	154,70	516	530,4	475,69	204,3	-49,6	-32,0	0,757	0,832	0,630
30	1997	12,4	102,00	102,00	2,657	3	19,10	26,72	191,0	158,30	516	530,4	475,69	204,3	-46,0	-29,0	0,775	0,832	0,645
31		14,2	50,80	50,80	1,897	2	15,90	13,57	63,3	35,70	327	186,8	153,81	37,4	-1,7	-4,6	0,956	0,743	0,710
32		14,3	50,80	50,80	1,897	3	15,90	13,57	126,6	43,00	327	186,8	153,81	43,8	-0,8	-1,9	0,981	0,871	0,855
33		16,2	38,10	38,10	1,519	2	12,70	10,22	38,1	20,30	317	112,0	90,39	19,4	0,9	4,3	1,045	0,678	0,708
34		16,3	38,10	38,10	1,519	3	12,70	10,22	76,2	24,40	317	112,0	90,39	24,0	0,4	1,5	1,015	0,839	0,852
35	Yip e	A2-2	51,00	51,00	1,214	2	19,10	13,31	63,5	27,90	316	121,4	96,40	22,8	5,1	18,3	1,224	0,749	0,916
36	Chen.	A2-2N	51,00	51,00	1,214	2	19,05	13,31	63,5	24,00	316	121,4	96,46	22,8	1,2	4,9	1,052	0,749	0,787
37	1999	A2-3	51,00	51,00	1,214	3	19,05	13,31	127,0	31,10	316	121,4	96,46	26,6	4,5	14,3	1,167	0,874	1,020
38		A3-2	76,00	76,00	1,214	2	19,05	19,55	63,5	32,80	316	182,1	157,16	31,3	1,5	4,5	1,048	0,630	0,660
39		A3-3	76,00	76,00	1,214	3	19,10	19,55	127,0	37,70	316	182,1	157,10	40,5	-2,8	-7,3	0,932	0,815	0,759
40		A4-2	102,00	102,00	1,214	2	19,05	26,05	63,5	34,00	316	245,2	220,29	35,3	-1,3	-3,9	0,962	0,508	0,488
41		A4-3	102,00	102,00	1,214	3	19,05	26,05	127,0	45,10	316	245,2	220,29	52,5	-7,4	-16,3	0,859	0,754	0,648
42		A4-4	102,00	102,00	1,214	4	19,05	26,05	190,5	49,40	316	245,2	220,29	58,2	-8,8	-17,8	0,849	0,836	0,710

continuação na próxima pag...

...continuação da Tabela 1

43	Teh e	EA2	40,00	40,00	3,000	2	13,00	10,60	40,0	60,92	580	226,6	187,56	74,2	-13,3	-21,8	0,821	0,682	0,560
44		EA4	40,00	40,00	3,000	2	13,00	10,60	60,0	66,36	580	226,6	187,56	85,7	-19,4	-29,2	0,774	0,788	0,610
45	Gil-	EA6	40,00	40,00	3,000	2	13,00	10,60	80,0	67,45	580	226,6	187,56	91,5	-24,0	-35,6	0,737	0,841	0,620
46	bert	EA8	50,00	50,00	3,000	2	13,00	13,10	40,0	73,23	580	286,6	247,56	87,2	-13,9	-19,0	0,840	0,607	0,510
47	2013	EA10	50,00	50,00	3,000	2	13,00	13,10	60,0	76,10	580	286,6	247,56	106,0	-29,9	-39,2	0,718	0,738	0,530
48		EA12	50,00	50,00	3,000	2	13,00	13,10	80,0	86,15	580	286,6	247,56	115,4	-29,2	-33,9	0,747	0,804	0,600
49		EA14	60,00	60,00	3,000	2	17,00	15,60	50,0	89,14	580	346,6	295,56	107,2	-18,1	-20,3	0,831	0,626	0,520
50		EA16	60,00	60,00	3,000	2	17,00	15,60	75,0	102,85	580	346,6	295,56	128,6	-25,8	-25,1	0,800	0,750	0,600
51		EA18	60,00	60,00	3,000	2	17,00	15,60	100,0	106,28	580	346,6	295,56	139,3	-33,1	-31,1	0,763	0,813	0,620
52		EA20	75,00	75,00	3,000	2	17,00	19,30	50,0	107,34	580	436,6	385,56	120,0	-12,7	-11,8	0,894	0,537	0,480
53		EA22	75,00	75,00	3,000	2	17,00	19,30	75,0	118,52	580	436,6	385,56	154,6	-36,1	-30,4	0,767	0,691	0,530
54		EA24	75,00	75,00	3,000	2	17,00	19,30	100,0	122,99	580	436,6	385,56	171,8	-48,8	-39,7	0,716	0,768	0,550
55		EA1	40,00	40,00	1,500	2	13,00	10,70	40,0	30,95	605	116,0	96,51	39,7	-8,7	-28,1	0,781	0,679	0,530
56		EA3	40,00	40,00	1,500	2	13,00	10,70	60,0	34,45	605	116,0	96,51	45,9	-11,4	-33,2	0,751	0,786	0,590
57		EA5	40,00	40,00	1,500	2	13,00	10,70	80,0	34,45	605	116,0	96,51	49,0	-14,6	-42,3	0,703	0,840	0,590
58		EA7	50,00	50,00	1,500	2	13,00	13,20	40,0	35,97	605	146,0	126,51	46,2	-10,3	-28,5	0,778	0,604	0,470
59		EA9	50,00	50,00	1,500	2	13,00	13,20	60,0	39,04	605	146,0	126,51	56,3	-17,3	-44,3	0,693	0,736	0,510
60		EA11	50,00	50,00	1,500	2	13,00	13,20	80,0	40,57	605	146,0	126,51	61,4	-20,8	-51,3	0,661	0,802	0,530
61		EA13	60,00	60,00	1,500	2	17,00	15,70	50,0	47,35	605	176,0	150,51	56,8	-9,4	-19,9	0,834	0,623	0,520
62		EA15	60,00	60,00	1,500	2	17,00	15,70	75,0	49,17	605	176,0	150,51	68,2	-9,4	-38,7	0,721	0,749	0,540
63		EA17	60,00	60,00	1,500	2	17,00	15,70	100,0	50,99	605	176,0	150,51	73,9	-22,9	-44,9	0,690	0,812	0,560
64		DEA1	40,00	40,00	3,000	2	13,00	10,60	40,0	55,48	580	226,6	187,56	74,2	-18,7	-33,7	0,748	0,682	0,510
65		DEA2	40,00	40,00	3,000	2	13,00	10,60	60,0	63,09	580	226,6	187,56	85,7	-19,8	-25,9	0,736	0,788	0,580
66		DEA3	40,00	40,00	3,000	2	13,00	10,60	80,0	68,53	580	226,6	187,56	91,5	-23,0	-33,5	0,749	0,841	0,630
67		DEA4	50,00	50,00	3,000	2	13,00	13,10	40,0	71,79	580	286,6	247,56	87,2	-15,4	-21,4	0,824	0,607	0,500
68		DEA5	50,00	50,00	3,000	2	13,00	13,10	60,0	73,23	580	286,6	247,56	106,0	-32,7	-44,7	0,691	0,738	0,510
69		DEA6	50,00	50,00	3,000	2	13,00	13,10	80,0	74,66	580	286,6	247,56	115,4	-40,7	-54,5	0,647	0,804	0,520
70		DEA7	60,00	60,00	3,000	2	17,00	15,60	50,0	87,43	580	346,6	295,56	107,2	-19,8	-22,7	0,815	0,626	0,510
71		DEA8	60,00	60,00	3,000	2	17,00	15,60	75,0	89,14	580	346,6	295,56	128,6	-39,5	-44,3	0,693	0,750	0,520
72		DEA9	60,00	60,00	3,000	2	17,00	15,60	100,0	101,14	580	346,6	295,56	139,3	-38,2	-37,8	0,726	0,813	0,590
73		AEA1	40,00	40,00	3,000	2	13,00	10,60	40,0	63,09	580	226,6	187,56	74,2	-11,1	-17,6	0,850	0,682	0,580
74		AEA2 <sup>a</sup>	50,00	50,00	3,000	2	13,00	13,10	80,0	80,41	580	286,6	247,56	115,4	-35,0	-43,5	0,697	0,804	0,560
75		AEA3	60,00	60,00	3,000	2	17,00	15,60	50,0	89,14	580	346,6	295,56	107,2	-18,1	-20,3	0,831	0,626	0,520
76		AEA4	60,00	60,00	3,000	2	17,00	15,60	75,0	99,43	580	346,6	295,56	128,6	-29,2	-29,4	0,773	0,750	0,580
77		AEA5	60,00	60,00	3,000	2	17,00	15,60	100,0	106,28	580	346,6	295,56	139,3	-33,1	-31,1	0,763	0,813	0,620
78		UAW1	60,00	40,00	3,000	2	17,00	7,80	50,0	84,71	580	286,6	235,56	111,1	-26,3	-31,1	0,763	0,813	0,620
79		UAW2	60,00	40,00	3,000	2	17,00	7,80	75,0	91,54	580	286,6	235,56	119,6	-28,0	-30,6	0,766	0,875	0,670
80		UAW3	60,00	40,00	3,000	2	17,00	7,80	100,0	94,27	580	286,6	235,56	123,8	-29,6	-31,4	0,761	0,906	0,690
81		UAW4	80,00	40,00	3,000	2	17,00	6,45	50,0	113,14	580	346,6	295,56	144,9	-31,8	-28,1	0,781	0,845	0,660
82		UAW5	80,00	40,00	3,000	2	17,00	6,45	75,0	120,00	580	346,6	295,56	153,7	-33,7	-28,1	0,781	0,897	0,700
83		UAW6	80,00	40,00	3,000	2	17,00	6,45	100,0	123,42	580	346,6	295,56	158,2	-34,7	-28,1	0,780	0,923	0,720
84		UAW7	75,00	50,00	3,000	2	17,00	9,80	50,0	97,27	580	361,6	310,56	137,8	-40,5	-41,6	0,706	0,765	0,540
85		UAW8	75,00	50,00	3,000	2	17,00	9,80	75,0	111,68	580	361,6	310,56	151,9	-40,2	-36,0	0,735	0,843	0,620
86		UAW9	75,00	50,00	3,000	2	17,00	9,80	100,0	113,48	580	361,6	310,56	158,9	-45,5	-40,1	0,714	0,882	0,630
87		UAW11	100,00	50,00	3,000	2	17,00	8,11	75,0	138,65	580	436,6	385,56	194,6	-56,0	-40,4	0,712	0,870	0,620
88		UAW13	60,00	40,00	1,500	2	17,00	7,92	50,0	41,56	605	146,0	120,51	59,1	-17,5	-42,1	0,704	0,810	0,570
89		UAW16	80,00	40,00	1,500	2	17,00	6,57	50,0	58,28	605	176,0	150,51	76,7	-18,4	-31,6	0,760	0,842	0,640
90		UAW17	80,00	40,00	1,500	2	17,00	6,57	75,0	58,28	605	176,0	150,51	81,5	-23,2	-39,8	0,715	0,895	0,640
91		UAW19	75,00	50,00	1,500	2	17,00	9,92	50,0	52,58	605	183,5	158,01	72,8	-20,3	-38,5	0,722	0,762	0,550
92		UAN1	40,00	60,00	3,000	2	13,00	19,50	40,0	60,30	580	286,6	247,56	59,6	0,7	1,2	1,012	0,415	0,420
93		UAN2	40,00	60,00	3,000	2	13,00	19,50	60,0	74,66	580	286,6	247,56	87,6	-12,9	-17,3	0,852	0,610	0,520
94		UAN3	40,00	60,00	3,000	2	13,00	19,50	80,0	78,97	580	286,6	247,56	101,6	-22,6	-28,6	0,777	0,708	0,550
95		UAN4	40,00	80,00	3,000	2	13,00	28,30	40,0	66,00	580	346,6	307,56	26,9	39,1	59,2	2,450	0,151	0,370
96		UAN5	40,00	80,00	3,000	2	13,00	28,30	60,0	76,70	580	346,6	307,56	77,4	-0,7	-0,9	0,991	0,434	0,430
97		UAN6	40,00	80,00	3,000	2	13,00	28,30	80,0	76,70	580	346,6	307,56	102,7	-26,0	-33,8	0,747	0,576	0,430
98		UAN7	50,00	75,00	3,000	2	13,00	24,00	40,0	76,70	580	361,6	322,56	52,4	24,3	31,7	1,464	0,280	0,410
99		UAN8	50,00	75,00	3,000	2	13,00	24,00	60,0	86,06	580	361,6	322,56	97,3	-11,2	-13,0	0,885	0,520	0,460
100		UAN9	50,00	75,00	3,000	2	13,00	24,00	80,0	86,06	580	361,6	322,56	119,7	-33,7	-39,1	0,719	0,640	0,460
101		UAN10	50,00	100,00	3,000	2	13,00	34,90	40,0	76,09	580	436,6	397,56	-10,8	86,9	114,2	-7,01	-0,04	0,330
102		UAN11	50,00	100,00	3,000	2	13,00	34,90	60,0	85,32	580	436,6	397,56	69,6	15,7	18,4	1,225	0,302	0,370
103		UAN12	50,00	100,00	3,000	2	13,00	34,90	80,0	89,93	580	436,6	397,56	109,9	-19,9	-22,2	0,819	0,477	0,390
104	Teh e	OL1	50,00	50,00	3,000	2	17,00	13,10	50,0	79,24	580	286,6	235,56	93,7	-14,4	-18,2	0,846	0,686	0,580
105		OL2	50,00	50,00	3,000	2	17,00	13,10	100,0	91,54	580	286,6	235,56	115,2	-23,6	-25,8	0,795	0,843	0,670
106	Gil-	OL3a	60,00	60,00	3,000	2	17,00	15,60	50,0	89,14	580	346,6	295,56	107,2	-18,1	-20,3	0,831	0,626	0,520
107	bert	OL3b	60,00	60,00	3,000	2	17,00	15,60	50,0	94,28	580	346,6	295,56	107,2	-13,0	-13,7	0,879	0,626	0,550
108	2014	OL3c	60,00	60,00	3,000	2	17,00	15,60	50,0	90,85	580	346,6	295,56	107,2	-16,4	-18,0	0,847	0,626	0,530
109		OL5a	75,00	75,0															

da cantoneira)  $T_n$ , a diferença ( $T_{exp} - T_n$ ) e a diferença em porcentagem em relação a  $T_{exp}$  e também a razão ( $T_{exp}/T_n$ ). Os valores da Equação (2) da NBR 14762 (2010) são ainda relatados na Tabela 1 e o valor ideal do coeficiente de redução  $C_{t,exp}$  obtido do valor da carga final experimental  $T_{exp}$  dividido por  $A_n F_u$ , segundo a Equação (4).

A Figura 2 (a) mostra  $T_{exp}$  comparado a  $T_n$ . Dessa forma pode-se observar que para a maioria dos casos testados,  $T_{exp} < T_n$ , o que é contra a segurança. A Figura 2 (b) apresenta um gráfico no qual os coeficientes ( $C_{t,exp}$ ), calculados a partir dos dados da Tabela 2, são comparados com a Equação (2) do coeficiente  $C_t$  retirado da norma NBR-14762 (2010). O comportamento do coeficiente  $C_t$  varia de acordo com o número de parafusos e relação ( $\bar{x} / L$ ). Observando a Figura 2 (b), os valores de  $C_{t,exp}$  abaixo de  $C_t$  obtido pela aplicação da equação da NBR-14762 (2010) mostram que a equação de  $C_t$  da NBR-14762 (2010) não é conservadora, devendo, portanto, ser adequadamente reavaliada para levar o dimensionamento a um estado seguro. Este artigo propõe na seção 6 outra expressão para o cálculo de  $C_t$ .

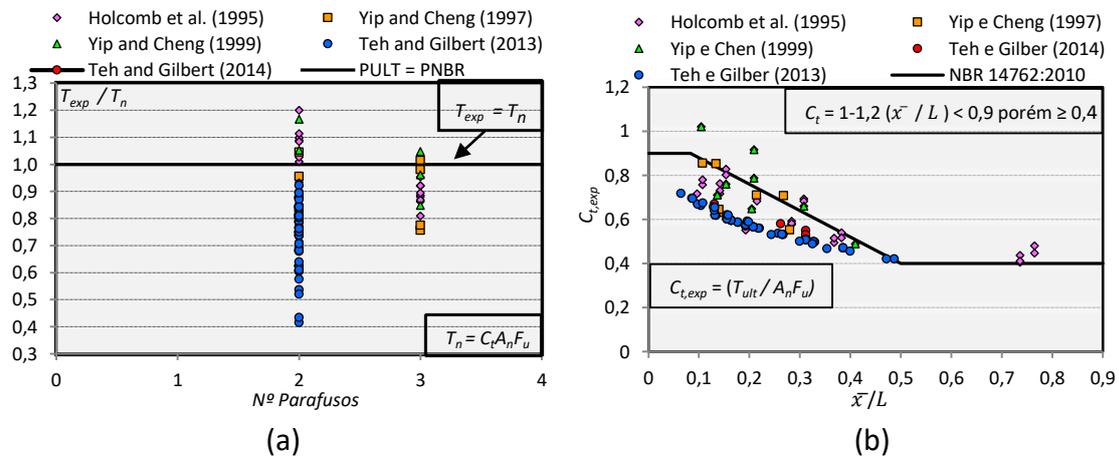


Figura 2 – (a) Comportamento do coeficiente de redução da área líquida baseados em experimentos apresentados na Tabela 1 e (b) Coeficientes experimentais de redução da seção líquida baseados em ensaios apresentados na Tabela 1.

Com o intuito de avaliar a Equação (2), advinda da Norma AISI-S100 (2007) e adotada pela NBR-14762 (2010), este artigo apresenta 86 ensaios experimentais. Tais ensaios foram feitos em cantoneiras de aço brasileiro, comercialmente conhecido como COR 420, cantoneiras estas formadas a frio e conectadas por parafusos. Tais ensaios, juntamente com os dados de Holcomb et al. (1995), Yip e Cheng (2000) e Teh e Gilbert (2013 e 2014), forneceram informações para que também se possa propor uma equação mais precisa para o coeficiente  $C_t$  de redução da seção líquida.

## 4 Metodologia experimental

Os ensaios experimentais reportados neste trabalho visaram à obtenção de parâmetros para qualificar e quantificar o fenômeno da ruptura da seção líquida em cantoneiras de chapas finas de aço, com conexões parafusadas e sob tração. Portanto, foram preparados perfis com dimensões e configurações reais, os quais foram posteriormente submetidos a ensaios de tração.

Os resultados desses testes foram estatisticamente analisados para obter uma expressão matemática que detalhasse com maior clareza o coeficiente de redução da seção líquida,  $C_t$ . Para atingir esse objetivo foram ensaiados 86 perfis. Desses perfis ensaiados, 86 cantoneiras, com duas ou mais seções de parafusos, apresentaram modo de falha de ruptura da seção líquida.

As chapas são de aço COR 420 cuja tensão nominal de escoamento ( $F_y$ ) é de 300 MPa e a tensão nominal de ruptura ( $F_u$ ) vale 420 MPa. O aço foi produzido pela Companhia Siderúrgica Nacional (CSN) e tem propriedades anticorrosivas. As cantoneiras ensaiadas têm 600 mm de comprimento e foram produzidas a partir do dobramento, em prensa dobradeira, de chapas de 3000 mm de comprimento, na largura total da seção transversal especificada. Essas chapas foram cortadas com guilhotina.

A Figura 3 (a) mostra a dimensão das seções transversais das cantoneiras de abas iguais. As configurações típicas dos perfis, com uma e com duas linhas de parafusos, são apresentadas na Figura 3 (b). Foram utilizados nos ensaios os modelos com abas iguais e com abas diferentes contendo espessura de 2,25; 3,35 e 3,75 mm. As dimensões das cantoneiras estão representadas na Figura 3 (a). A Tabela 2 reporta as propriedades geométricas das cantoneiras testadas experimentalmente. Para as configurações das ligações, foram executados furos por punção e com uso de brocas, e as cantoneiras foram conectadas com uma linha de parafusos e duas linhas de parafusos, conforme mostrado na Figura 3 (b).

De modo a possibilitar a instalação dos perfis na máquina de ensaios, foram confeccionadas chapas de fixação, nas quais os perfis foram parafusados. Essas chapas foram fabricadas em aço SAE-1040, com espessura de 12,7 mm. Essas chapas foram dimensionadas para sofrerem pequenas deformações, quando comparadas com as

sofridas pelos perfis ensaiados, e de modo a garantir que a ruptura da seção líquida ocorresse nos perfis e não nas chapas de fixação.

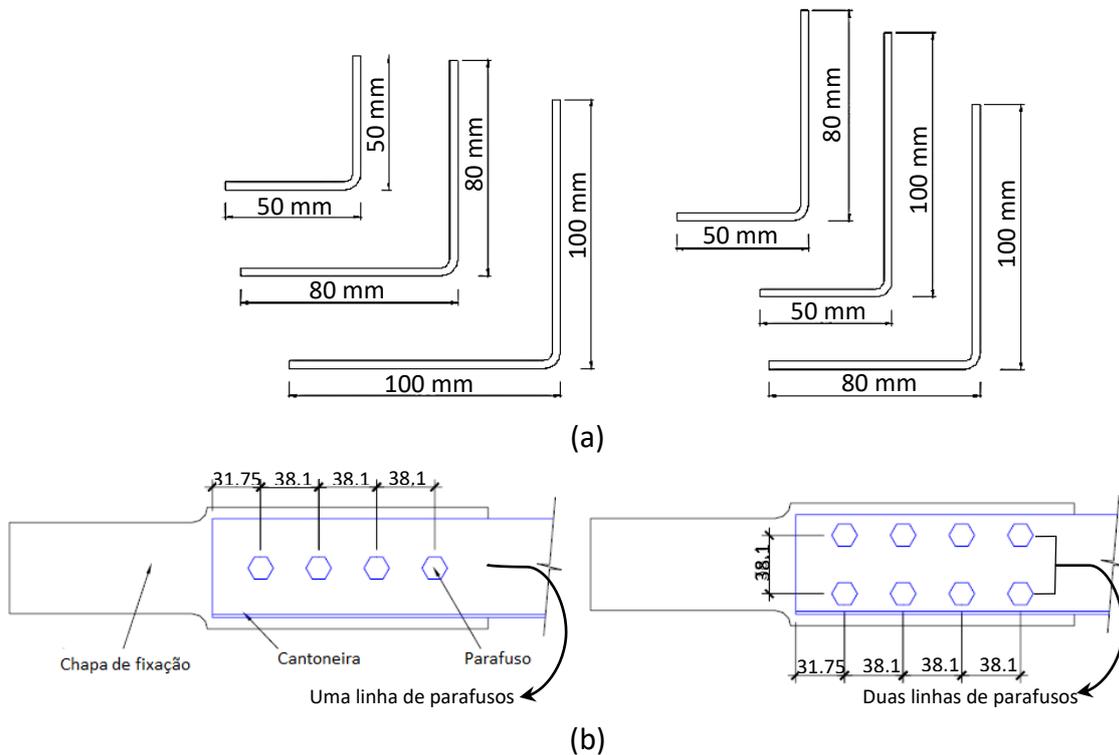


Figura 3 – (a) Dimensão das seções transversais das cantoneiras de abas iguais; (b) Configurações típicas dos perfis com uma linha e duas linhas de parafusos.

Em todos os casos, os furos foram realizados com diâmetro 14,2 mm, de modo a permitir uma folga de 1,5 mm para o uso de parafusos de alta resistência ASTM A325 com 12,7 mm de diâmetro. Nos perfis típicos, com apenas uma linha de parafusos, os furos foram executados no eixo da aba, afastados entre si de 38,1 mm, correspondente a 3 diâmetros do parafuso, sendo o primeiro furo distante 31,75 mm da borda do perfil na direção da solicitação, correspondendo a 2,5 diâmetros do parafuso. Para a realização da conexão foi mantido um torque de 100 Nm.

A Figura 4 mostra o esquema geral, o detalhe de uma instalação do transdutor de deslocamento na máquina de ensaios e uma vista geral do equipamento, que é acionado e controlado por computador.

Uma vez parafusadas as cantoneiras nas chapas de fixação, o conjunto é instalado nas garras da prensa eletromecânica EMIC-DL-60000, cuja capacidade máxima de carga de ensaio é de 600 kN.

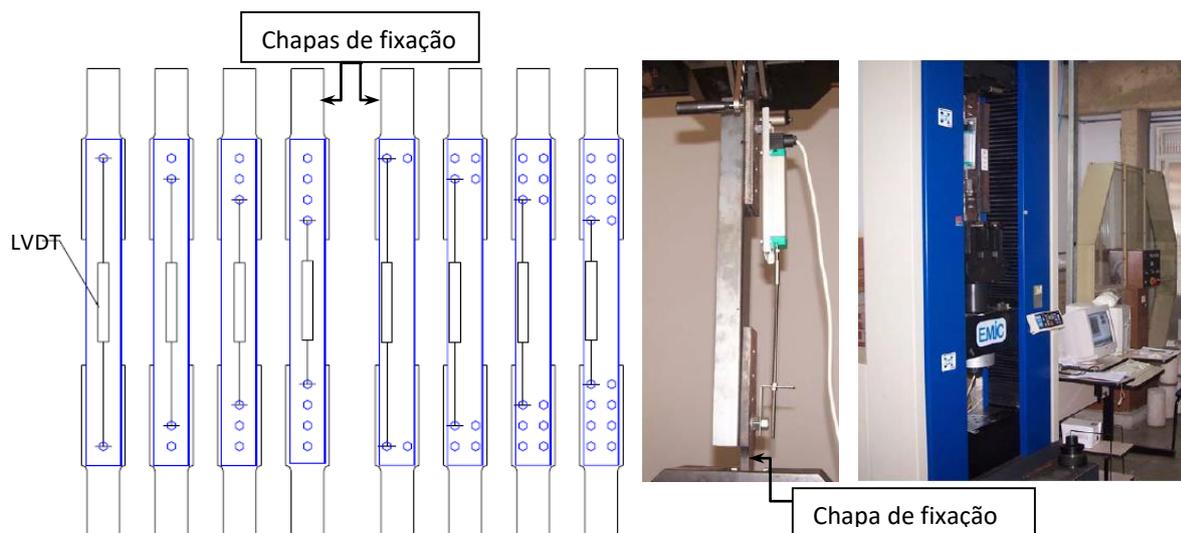


Figura 4- Esquema geral, detalhe de instalação típica do transdutor de deslocamento nos parafusos das cantoneiras com uma e duas linhas de parafusos e prensa eletromecânica empregada nos ensaios.

O equipamento EMIC é conectado a um microcomputador para aquisição dos dados. A frequência de aquisição desses dados foi de 2Hz e a carga foi aplicada com controle de deslocamento de 2 mm/min. Além das cargas aplicadas, obtidas diretamente da célula de carga da máquina de ensaios, a deformação axial relativa do perfil foi obtida através da instalação do transdutor de deslocamento (LVDT) fixado com parafusos nas extremidades opostas da cantoneira sob ensaio.

A Tabela 2 mostra a identificação e descrição das características especiais dos perfis ensaiados. Assim, de modo a compor a identificação única dos espécimes foi montado um esquema de letras (L), números (N) e uma característica especial (Ce). A forma geral de identificação de uma amostra é, portanto, "LNNN-Ce". Cada modelo, em uma determinada posição, também especificada na Tabela 2.

De um total de 86 espécimes, todas as cantoneiras de aço formadas a frio obtiveram o seu modo de falha, ruptura da seção líquida. Portanto, nesse trabalho, foram utilizados os dados dos espécimes ensaiados para considerar a análise estatística, pois apresentaram modo de falha correspondente à ruptura da seção líquida. A Figura 5 apresenta ruptura da seção líquida ocorrida em cantoneiras com ligação excêntrica em relação ao eixo da aba conectada e, em cantoneiras com uma aba conectada com uma linha de parafusos e duas linhas de parafusos.

Tabela 2 - Identificação e descrição das características especiais dos perfis ensaiados

Amostra	Identificação especial	Descrição especial
LNNN-Ce	P	Furos executados por puncionamento
	T	Parafusos instalados sem aplicação de torque mínimo
	W	Parafusos instalados sem uso de arruelas
	X1	Furos executados com excentricidade de 19 mm em relação ao eixo da aba, na direção da outra aba.
	X3	Furos executados com excentricidade de 24 mm em relação ao eixo da aba, na direção da outra aba.

**LNNN-Ce =**

- Primeira posição (L) Letra A, B, C, D, E e F representa a dimensão em mm da cantoneira, onde A = 50 x 50, B = 80 x 80, C = 100 x 100, D = 50 x 80, E = 50 x 80 e F = 80 x 100.
- Segunda posição (N) é a espessura da cantoneira 1 = 2,25 mm; 2 = 3,35 mm e 3 = 3,75 mm
- Terceira posição (N) número inteiro de 1-4 representa o número de seções de parafusos ao longo de cada linha.
- Quarta posição (N) número inteiro de 1-2 representa o número de parafusos por linha.
- Quinta posição (Ce) característica especial, a letra P, T, W, X1 e X2 após o hífen significa a cantoneira com descrição, i.e., identificação especial.

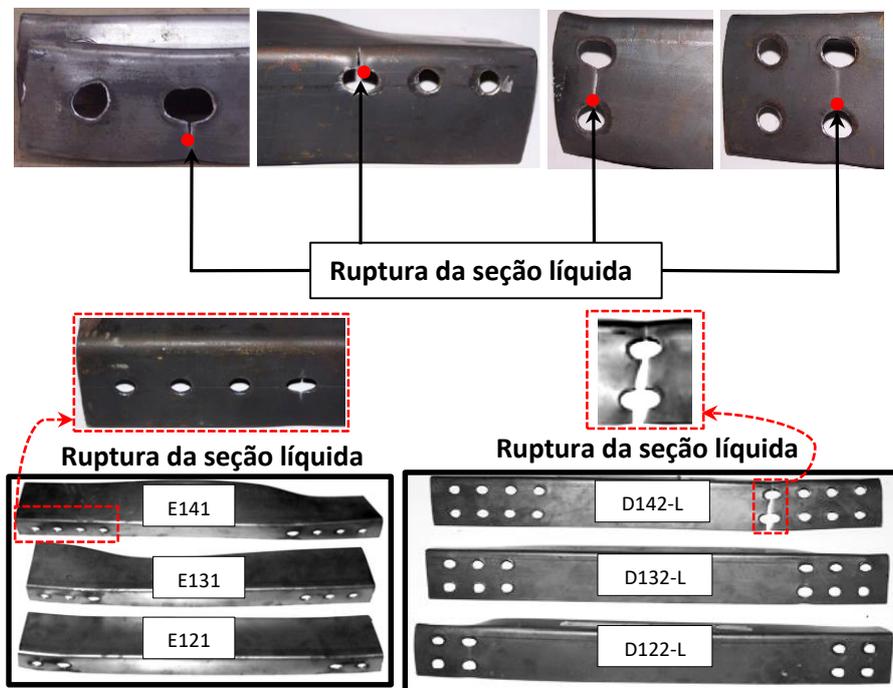


Figura 5 - Ruptura da seção líquida ocorrida em cantoneiras com ligação excêntrica em relação ao eixo da aba conectada e, em cantoneiras com uma aba conectada com uma linha de parafusos e duas linhas de parafusos.

## 5 Resultado dos testes

Dos 86 espécimes testados, todos têm dois ou mais parafusos na direção da solicitação conforme recomenda a NBR-14762 (2010) e a AISI-S100 (2016). Os modelos testados apresentaram, como principal modo de falha, a ruptura na seção líquida.

Os resultados apresentados na Tabela 3 demonstraram que para um grande número de espécimes, o valor experimental é confiável, onde  $T_{exp}$  é menor do que a seção nominal líquida e a força  $T_n$ , cujo cálculo está de acordo com a Equação (1).

Nesses casos, como  $T_{exp} / T_n < 1$ , o coeficiente de redução da seção líquida experimental  $C_{t,exp}$  é inferior ao coeficiente de redução da seção líquida da AISI-S100 (2016) da Equação (3). O  $C_t$  da NBR-14762 (2010) baseia-se apenas em duas variáveis existentes na equação: excentricidade da ligação ( $\bar{x}$ ); e o comprimento da ligação parafusada ( $L$ ). Os resultados na Tabela 3 demonstram claramente que a ruptura da seção líquida pode também depender de outras variáveis. Estas outras variáveis podem ser incorporadas em uma equação alternativa para " $C_t$ ", que pode ser obtida através da estatística e regressão múltipla, como é feito na próxima seção. A Tabela 3 apresenta o comportamento do coeficiente da seção líquida dos testes experimentais conduzidos no Laboratório de Construção Civil do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás (IFG-Câmpus Goiânia) e no Laboratório de Estruturas do Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Brasília (UnB).

Tabela 3 - Dados geométricos das cantoneiras e coeficiente de redução da seção líquida dos testes experimentais ( $C_{t,exp}$ )

Nº Ensaio	Perfil	t (mm)	$\bar{x}$ (mm)	L (mm)	$T_{exp}$ (kN)	$F_u$ (MPa)	A (mm <sup>2</sup> )	$A_n$ (mm <sup>2</sup> )	$T_n$ (kN)	$\frac{T_{exp}}{T_n}$	$C_{t,exp}$
1	A121	2.23	13.53	38.1	54.83	502	214.83	183.16	52.76	1.039	0.596
2	A131	2.26	13.54	76.2	64.59	502	217.61	185.51	73.27	0.882	0.694
3	A141	2.34	13.58	114.3	78.06	502	225.00	191.77	82.54	0.946	0.811
4	A221	3.51	14.13	38.1	89.15	463	330.75	280.91	72.18	1.235	0.685
5	A231	3.49	14.12	76.2	97.76	463	328.98	279.42	100.60	0.972	0.756
6	A241	3.57	14.15	114.3	102.00	463	336.05	285.36	112.49	0.907	0.772
7	A321	3.70	14.22	38.1	81.65	457	347.50	294.96	74.42	1.097	0.606
8	A331	3.72	14.23	76.2	97.46	457	349.26	296.43	105.11	0.927	0.719
9	A341	3.66	14.20	114.3	109.57	457	343.98	292.01	113.55	0.965	0.821
10	B131	2.40	21.10	76.2	93.94	502	374.53	340.45	114.12	0.823	0.550
11	B141	2.26	21.04	114.3	92.01	502	353.21	321.11	125.59	0.733	0.571
12	B221	3.54	21.63	38.1	108.14	463	545.80	495.54	73.13	1.479	0.471
13	B231	3.55	21.63	76.2	130.50	463	547.29	496.88	151.69	0.860	0.567
14	B241	3.68	21.69	114.3	142.30	463	566.54	514.29	183.89	0.774	0.598
15	B321	3.86	21.78	38.1	115.37	457	593.11	538.30	77.25	1.493	0.469
16	B331	3.81	21.76	76.2	140.25	457	585.74	531.64	159.70	0.878	0.577
17	B341	3.76	21.73	114.3	142.92	457	578.36	524.97	185.18	0.772	0.596
18	B122	2.43	21.11	38.1	98.39	502	379.10	310.08	52.16	1.886	0.632
19	B132	2.43	21.11	76.2	103.96	502	379.10	310.08	103.91	1.000	0.668
20	B142	2.43	21.11	114.3	109.18	502	379.10	310.08	121.16	0.901	0.701
21	B222	3.50	21.61	38.1	119.38	463	539.87	440.47	65.13	1.833	0.585
22	B232	3.53	21.62	76.2	128.95	463	544.32	444.07	135.60	0.951	0.627
23	B242	3.53	21.62	114.3	131.62	463	544.32	444.07	158.94	0.828	0.640
24	C131	2.25	26.03	76.2	110.31	502	441.68	409.73	121.37	0.909	0.536
25	C141	2.56	26.17	114.3	115.23	502	501.23	464.88	169.25	0.681	0.494
26	C221	3.51	26.61	38.1	122.18	463	681.75	631.91	47.36	2.580	0.418
27	C231	3.49	26.60	76.2	152.15	463	677.98	628.42	169.08	0.900	0.523
28	C241	3.69	26.70	114.3	164.91	463	715.62	663.22	220.99	0.746	0.537
29	C331	3.91	26.80	76.2	160.51	457	756.87	701.35	185.24	0.866	0.501
30	C341	3.87	26.78	114.3	179.14	457	749.39	694.43	228.13	0.785	0.564
31	C122	2.66	26.22	38.1	99.56	502	520.37	444.83	38.89	2.560	0.446

Continuação na próxima pag...

...continuação da Tabela 3

32	C132	2.42	26.11	76.2	115.90	502	474.38	405.65	119.90	0.967	0.569
33	C142	2.45	26.12	114.3	122.42	502	480.13	410.55	149.58	0.818	0.594
34	C222	3.58	26.64	38.1	139.59	463	694.94	593.26	44.21	3.158	0.508
35	C232	3.59	26.65	76.2	154.20	463	696.82	594.86	159.83	0.965	0.560
36	C242	3.56	26.64	114.3	161.75	463	691.17	590.07	196.79	0.822	0.592
37	C322	3.86	26.77	38.1	143.98	457	747.51	637.89	45.72	3.149	0.494
38	C332	3.85	26.77	76.2	170.16	457	745.64	636.30	168.20	1.012	0.585
39	C342	3.84	26.76	114.3	171.61	457	743.77	634.71	208.57	0.823	0.592
40	D121	2.41	25.84	38.1	62.06	502	303.75	269.53	25.19	2.464	0.459
41	D131	2.43	25.85	76.2	71.06	502	306.20	271.69	80.87	0.879	0.521
42	D141	2.36	25.82	114.3	78.40	502	297.65	264.13	96.65	0.811	0.591
43	E121	2.49	34.67	38.1	64.36	502	363.31	327.95	-15.14	-4.251	0.391
44	E131	2.58	34.72	76.2	76.70	502	376.06	339.42	77.23	0.993	0.450
45	E141	2.38	34.61	114.3	81.55	502	347.69	313.89	100.32	0.813	0.517
46	F121	2.34	28.90	38.1	68.57	502	412.20	378.97	17.08	4.015	0.360
47	F131	2.34	28.90	76.2	80.77	502	412.20	378.97	103.66	0.779	0.425
48	F141	2.30	28.88	114.3	89.25	502	405.31	372.65	130.35	0.685	0.477
49	F122	2.46	28.96	38.1	92.24	502	432.85	362.99	16.01	5.761	0.506
50	F132	2.48	28.97	76.2	99.44	502	436.29	365.86	99.87	0.996	0.541
51	F142	2.38	28.92	114.3	107.59	502	419.09	351.50	122.88	0.876	0.610
52	D121-L	2.29	10.61	38.1	67.01	502	289.08	256.56	85.75	0.781	0.520
53	D131-L	2.26	10.59	76.2	77.51	502	285.41	253.31	105.95	0.732	0.610
54	D141-L	2.24	10.58	114.3	85.42	502	282.95	251.15	112.07	0.762	0.678
55	D122-L	2.21	10.57	38.1	78.61	502	279.27	216.51	72.50	1.084	0.723
56	D132-L	2.23	10.58	76.2	86.61	502	281.73	218.40	91.37	0.948	0.790
57	D142-L	2.23	10.58	114.3	92.73	502	281.73	218.40	97.46	0.951	0.846
58	E131-L	2.25	9.29	76.2	89.63	502	329.18	297.23	127.38	0.704	0.601
59	E141-L	2.29	9.31	114.3	102.71	502	334.88	302.36	136.95	0.750	0.677
60	E122-L	2.27	9.30	38.1	81.67	502	332.03	267.56	94.97	0.860	0.608
61	E132-L	2.29	9.31	76.2	93.41	502	334.88	269.85	115.60	0.808	0.690
62	E142-L	2.27	9.30	114.3	96.06	502	332.03	267.56	121.20	0.793	0.715
63	B221-X1	3.57	21.64	38.1	111.27	463	550.25	499.56	73.65	1.511	0.481
64	B231-X1	3.57	21.64	76.2	131.88	463	550.25	499.56	152.47	0.865	0.570
65	B241-X1	3.57	21.64	114.3	144.53	463	550.25	499.56	178.75	0.809	0.625
66	C221-X3	3.63	26.67	38.1	122.24	463	704.34	652.80	48.36	2.528	0.404
67	C231-X3	3.63	26.67	76.2	149.23	463	704.34	652.80	175.30	0.851	0.494
68	C241-X3	3.63	26.67	114.3	169.70	463	704.34	652.80	217.62	0.780	0.561
69	B131-P	2.24	21.03	76.2	76.06	502	327.75	295.95	99.36	0.765	0.512
70	B141-P	2.24	21.03	114.3	85.24	502	327.75	295.95	115.77	0.736	0.574
71	B221-P	3.51	21.62	38.1	116.25	463	506.25	456.41	67.42	1.724	0.550
72	B231-P	3.37	21.55	76.2	133.49	463	486.83	438.98	134.27	0.994	0.657
73	B241-P	3.49	21.61	114.3	141.42	463	503.48	453.92	162.48	0.870	0.673
74	B321-P	3.75	21.73	38.1	106.63	457	539.39	486.14	70.11	1.521	0.480
75	B331-P	3.74	21.72	76.2	127.85	457	538.01	484.90	145.80	0.877	0.577
76	B341-P	3.79	21.75	114.3	135.98	457	544.89	491.07	173.17	0.785	0.606
77	B221-W	3.63	21.67	38.1	119.42	463	559.14	507.60	74.61	1.601	0.508
78	B231-W	3.63	21.67	76.2	133.56	463	559.14	507.60	154.82	0.863	0.568
79	B241-W	3.65	21.68	114.3	150.43	463	562.10	510.27	182.48	0.824	0.637
80	C221-W	3.54	26.63	38.1	125.94	463	687.40	637.14	47.57	2.647	0.427
81	C231-W	3.68	26.69	76.2	155.40	463	713.74	661.49	177.54	0.875	0.507
82	C241-W	3.60	26.65	114.3	175.38	463	698.70	647.58	215.94	0.812	0.585
83	A121-T	2.38	13.60	38.1	56.84	502	228.69	194.89	55.93	1.016	0.581
84	A131-T	2.41	13.61	76.2	65.62	502	231.45	197.23	77.79	0.844	0.663
85	A221-T	3.53	14.14	38.1	83.92	463	332.52	282.39	72.52	1.157	0.642
86	A231-T	3.52	14.13	76.2	96.28	463	331.64	281.65	101.39	0.950	0.738

Tabela 4 – Verificação do coeficiente de redução da seção líquida dos testes experimentais ( $C_t$ ) dado pelas Equações (2), (3), (7) e (6) aplicados aos ensaios experimentais efetuados no IFG e na UnB

Nº Ensaio	Perfil	$C_{t\ exp}$	$C_t$ NBR 14762- (2010)	$\Delta_1$	$\Delta_1$ (%)	$C_t$ AISI- (2016)	$\Delta_2$	$\Delta_2$ (%)	$C_{t\ prop}$ UnB Proposto	$\Delta_3$	$\Delta_3$ (%)	$C_t$ UnB (2008)	$\Delta_4$	$\Delta_4$ (%)
1	A121	0.596	0.574	0.022	3.7%	0.485	0.111	18.6%	0.605	-0.009	-1.5%	0.672	-0.076	-12.7%
2	A131	0.694	0.787	-0.093	-13.4%	0.586	0.108	15.5%	0.658	0.036	5.2%	0.719	-0.025	-3.6%
3	A141	0.811	0.857	-0.046	-5.7%	0.630	0.181	22.3%	0.679	0.132	16.2%	0.737	0.074	9.1%
4	A221	0.685	0.555	0.130	19.0%	0.478	0.207	30.2%	0.665	0.020	2.9%	0.711	-0.026	-3.8%
5	A231	0.756	0.778	-0.022	-2.9%	0.581	0.175	23.1%	0.718	0.038	5.1%	0.759	-0.003	-0.4%
6	A241	0.772	0.851	-0.079	-10.3%	0.626	0.146	18.9%	0.740	0.032	4.2%	0.777	-0.005	-0.7%
7	A321	0.606	0.552	0.054	8.9%	0.477	0.129	21.3%	0.674	-0.068	-11.2%	0.717	-0.111	-18.3%

Continuação na próxima pag...

...continuação da Tabela 4

8	A331	0.719	0.776	-0.057	-7.9%	0.580	0.139	19.3%	0.729	-0.010	-1.4%	0.766	-0.047	-6.6%
9	A341	0.821	0.851	-0.030	-3.6%	0.626	0.195	23.8%	0.744	0.077	9.4%	0.780	0.041	4.9%
10	B131	0.550	0.668	-0.118	-21.4%	0.525	0.025	4.5%	0.533	0.017	3.2%	0.555	-0.005	-1.0%
11	B141	0.571	0.779	-0.208	-36.4%	0.582	-0.011	-1.9%	0.555	0.016	2.8%	0.577	-0.006	-1.0%
12	B221	0.471	0.319	0.152	32.3%	0.402	0.069	14.6%	0.484	-0.013	-2.8%	0.504	-0.033	-7.0%
13	B231	0.567	0.659	-0.092	-16.3%	0.521	0.046	8.0%	0.567	0.000	0.1%	0.578	-0.011	-2.0%
14	B241	0.598	0.772	-0.174	-29.1%	0.578	0.020	3.3%	0.598	0.000	0.0%	0.605	-0.007	-1.2%
15	B321	0.469	0.314	0.155	33.0%	0.401	0.068	14.5%	0.493	-0.024	-5.1%	0.510	-0.041	-8.7%
16	B331	0.577	0.657	-0.080	-13.9%	0.521	0.056	9.8%	0.574	0.003	0.5%	0.583	-0.006	-1.1%
17	B341	0.596	0.772	-0.176	-29.5%	0.578	0.018	3.0%	0.600	-0.004	-0.7%	0.607	-0.011	-1.8%
18	B122	0.632	0.335	0.297	47.0%	0.407	0.225	35.6%	0.453	0.179	28.3%	0.484	0.148	23.4%
19	B132	0.668	0.668	0.000	0.1%	0.525	0.143	21.4%	0.534	0.134	20.1%	0.556	0.112	16.8%
20	B142	0.701	0.778	-0.077	-11.0%	0.582	0.119	17.0%	0.560	0.141	20.1%	0.580	0.121	17.3%
21	B222	0.585	0.319	0.266	45.4%	0.403	0.182	31.2%	0.483	0.102	17.4%	0.503	0.082	14.0%
22	B232	0.627	0.660	-0.033	-5.2%	0.522	0.105	16.8%	0.566	0.061	9.7%	0.578	0.049	7.9%
23	B242	0.640	0.773	-0.133	-20.8%	0.579	0.061	9.6%	0.594	0.046	7.3%	0.602	0.038	5.9%
24	C131	0.536	0.590	-0.054	-10.1%	0.492	0.044	8.2%	0.476	0.060	11.3%	0.489	0.047	8.8%
25	C141	0.494	0.725	-0.231	-46.8%	0.553	-0.059	-12.0%	0.516	-0.022	-4.4%	0.523	-0.029	-5.9%
26	C221	0.418	0.162	0.256	61.3%	0.364	0.054	12.9%	0.404	0.014	3.4%	0.417	0.001	0.2%
27	C231	0.523	0.581	-0.058	-11.1%	0.488	0.035	6.6%	0.504	0.019	3.5%	0.508	0.015	2.9%
28	C241	0.537	0.720	-0.183	-34.0%	0.550	-0.013	-2.5%	0.543	-0.006	-1.1%	0.541	-0.004	-0.8%
29	C331	0.501	0.578	-0.077	-15.4%	0.487	0.014	2.8%	0.514	-0.013	-2.6%	0.514	-0.013	-2.6%
30	C341	0.564	0.719	-0.155	-27.5%	0.550	0.014	2.5%	0.547	0.017	3.0%	0.544	0.020	3.5%
31	C122	0.446	0.174	0.272	60.9%	0.367	0.079	17.8%	0.385	0.061	13.6%	0.405	0.041	9.1%
32	C132	0.569	0.589	-0.020	-3.5%	0.491	0.078	13.7%	0.479	0.090	15.7%	0.491	0.078	13.7%
33	C142	0.594	0.726	-0.132	-22.2%	0.553	0.041	6.8%	0.513	0.081	13.6%	0.521	0.073	12.2%
34	C222	0.508	0.161	0.347	68.3%	0.364	0.144	28.4%	0.405	0.103	20.2%	0.418	0.090	17.7%
35	C232	0.560	0.580	-0.020	-3.6%	0.488	0.072	12.9%	0.507	0.053	9.5%	0.509	0.051	9.1%
36	C242	0.592	0.720	-0.128	-21.7%	0.551	0.041	7.0%	0.540	0.052	8.8%	0.539	0.053	8.9%
37	C322	0.494	0.157	0.337	68.2%	0.363	0.131	26.5%	0.411	0.083	16.8%	0.422	0.072	14.6%
38	C332	0.585	0.578	0.007	1.1%	0.487	0.098	16.7%	0.513	0.072	12.3%	0.513	0.072	12.3%
39	C342	0.592	0.719	-0.127	-21.5%	0.550	0.042	7.1%	0.547	0.045	7.7%	0.544	0.048	8.2%
40	D121	0.459	0.186	0.273	59.4%	0.362	0.097	21.2%	0.577	0.017	3.6%	0.616	-0.033	-7.2%
41	D131	0.521	0.593	-0.072	-13.8%	0.479	0.042	8.0%	0.617	-0.021	-4.0%	0.652	-0.060	-11.5%
42	D141	0.591	0.729	-0.138	-23.3%	0.538	0.053	9.0%	0.630	0.020	3.4%	0.664	-0.017	-2.8%
43	E121	0.391	-0.092	0.483	123.5%	0.307	0.084	21.4%	0.575	0.064	16.3%	0.615	0.025	6.3%
44	E131	0.450	0.453	-0.003	-0.7%	0.427	0.023	5.2%	0.616	-0.014	-3.0%	0.651	-0.038	-8.3%
45	E141	0.517	0.637	-0.120	-23.1%	0.490	0.027	5.1%	0.629	0.019	3.7%	0.664	-0.003	-0.7%
46	F121	0.360	0.090	0.270	75.1%	0.345	0.015	4.0%	0.604	0.001	0.4%	0.631	-0.026	-7.3%
47	F131	0.425	0.545	-0.120	-28.2%	0.468	-0.043	-10.1%	0.617	-0.044	-10.2%	0.642	-0.060	-14.1%
48	F141	0.477	0.697	-0.220	-46.1%	0.531	-0.054	-11.3%	0.569	-0.027	-5.7%	0.599	-0.040	-8.4%
49	F122	0.506	0.088	0.418	82.6%	0.345	0.161	31.8%	0.605	0.144	28.5%	0.631	0.117	23.2%
50	F132	0.541	0.544	-0.003	-0.5%	0.468	0.073	13.5%	0.616	0.068	12.6%	0.642	0.053	9.8%
51	F142	0.610	0.696	-0.086	-14.2%	0.531	0.079	13.0%	0.442	0.104	17.0%	0.492	0.091	15.0%
52	D121-L	0.520	0.666	-0.146	-28.0%	0.541	-0.021	-4.0%	0.542	-0.057	-11.1%	0.581	-0.096	-18.5%
53	D131-L	0.610	0.833	-0.223	-36.6%	0.637	-0.027	-4.4%	0.571	-0.007	-1.1%	0.608	-0.042	-6.9%
54	D141-L	0.678	0.889	-0.211	-31.1%	0.677	0.001	0.2%	0.327	0.048	7.1%	0.366	0.014	2.1%
55	D122-L	0.723	0.667	0.056	7.7%	0.541	0.182	25.1%	0.464	0.148	20.4%	0.488	0.108	14.9%
56	D132-L	0.790	0.833	-0.043	-5.5%	0.637	0.153	19.4%	0.498	0.174	22.0%	0.520	0.139	17.5%
57	D142-L	0.846	0.889	-0.043	-5.1%	0.677	0.169	20.0%	0.359	0.217	25.6%	0.386	0.182	21.6%
58	E131-L	0.601	0.854	-0.253	-42.0%	0.662	-0.061	-10.2%	0.469	-0.003	-0.5%	0.485	-0.030	-4.9%
59	E141-L	0.677	0.902	-0.225	-33.3%	0.700	-0.023	-3.3%	0.504	0.060	8.9%	0.517	0.035	5.2%
60	E122-L	0.608	0.707	-0.099	-16.3%	0.570	0.038	6.3%	0.362	0.039	6.4%	0.389	0.009	1.4%
61	E132-L	0.690	0.853	-0.163	-23.7%	0.662	0.028	4.1%	0.473	0.085	12.3%	0.488	0.059	8.5%
62	E142-L	0.715	0.902	-0.187	-26.2%	0.700	0.015	2.2%	0.506	0.099	13.8%	0.519	0.073	10.3%
63	B221-X1	0.481	0.318	0.163	33.8%	0.402	0.079	16.4%	0.485	-0.004	-0.8%	0.505	-0.024	-4.9%
64	B231-X1	0.570	0.659	-0.089	-15.7%	0.521	0.049	8.5%	0.567	0.003	0.5%	0.578	-0.008	-1.5%
65	B241-X1	0.625	0.773	-0.148	-23.6%	0.578	0.047	7.4%	0.595	0.030	4.8%	0.603	0.022	3.5%
66	C221-X3	0.404	0.160	0.244	60.4%	0.364	0.040	10.0%	0.406	-0.002	-0.5%	0.419	-0.015	-3.7%
67	C231-X3	0.494	0.580	-0.086	-17.4%	0.488	0.006	1.3%	0.508	-0.014	-2.8%	0.510	-0.016	-3.2%
68	C241-X3	0.561	0.720	-0.159	-28.3%	0.550	0.011	1.9%	0.542	0.019	3.5%	0.540	0.021	3.7%
69	B131-P	0.512	0.669	-0.157	-30.6%	0.526	-0.014	-2.7%	0.528	-0.016	-3.1%	0.552	-0.040	-7.9%
70	B141-P	0.574	0.779	-0.205	-35.8%	0.582	-0.008	-1.4%	0.555	0.019	3.4%	0.576	-0.002	-0.4%
71	B221-P	0.550	0.319	0.231	42.0%	0.402	0.148	26.8%	0.483	0.067	12.1%	0.504	0.047	8.5%
72	B231-P	0.657	0.661	-0.004	-0.6%	0.522	0.135	20.5%	0.561	0.096	14.6%	0.575	0.082	12.6%
73	B241-P	0.673	0.773	-0.100	-14.9%	0.579	0.094	14.0%	0.592	0.081	12.0%	0.601	0.072	10.6%
74	B321-P	0.480	0.316	0.164	34.3%	0.402	0.079	16.4%	0.490	-0.010	-2.1%	0.508	-0.028	-5.8%
75	B331-P	0.577	0.658	-0.081	-14.0%	0.521	0.056	9.7%	0.572	0.005	0.8%	0.582	-0.005	-0.8%
76	B341-P	0.606	0.772	-0.166	-27.3%	0.578	0.028	4.6%	0.601	0.005	0.8%	0.608	-0.001	-0.2%
77	B221-W	0.508	0.317	0.191	37.5%	0.402	0.106	20.9%	0.487	0.021	4.2%	0.506	0.002	0.5%

Continuação na próxima pag...

...continuação da Tabela 4

78	B231-W	0.568	0.659	-0.091	-16.0%	0.521	0.047	8.2%	0.569	-0.001	-0.2%	0.580	-0.012	-2.0%	
79	B241-W	0.637	0.772	-0.135	-21.3%	0.578	0.059	9.2%	0.597	0.040	6.3%	0.605	0.032	5.1%	
80	C221-W	0.427	0.161	0.266	62.2%	0.364	0.063	14.8%	0.404	0.023	5.3%	0.418	0.009	2.2%	
81	C231-W	0.507	0.580	-0.073	-14.3%	0.488	0.019	3.8%	0.509	-0.002	-0.4%	0.511	-0.004	-0.7%	
82	C241-W	0.585	0.720	-0.135	-23.1%	0.551	0.034	5.9%	0.541	0.044	7.5%	0.540	0.045	7.7%	
83	A121-T	0.581	0.572	0.009	1.6%	0.485	0.096	16.6%	0.612	-0.031	-5.4%	0.676	-0.095	-16.4%	
84	A131-T	0.663	0.786	-0.123	-18.5%	0.586	0.077	11.7%	0.665	-0.002	-0.4%	0.724	-0.061	-9.2%	
85	A221-T	0.642	0.555	0.087	13.6%	0.478	0.164	25.6%	0.666	-0.024	-3.7%	0.712	-0.070	-10.9%	
86	A231-T	0.738	0.777	-0.039	-5.3%	0.581	0.157	21.3%	0.719	0.019	2.6%	0.760	-0.022	-2.9%	
Erro residual Máximo				0.483	123.5%			0.225	35.6%			0.217	28.5%	0.182	23.4%
Erro residual Mínimo				-0.253	-46.8%			-0.061	-12.0%			-0.068	-11.2%	-0.111	-18.5%
Média de erro residual				-0.019	-0.8%			0.069	11.3%			0.036	5.7%	0.015	2.0%
Desvio padrão de erro residual = $\sigma$				0.169	34.0%			0.066	10.4%			0.055	8.7%	0.057	9.4%
Δ1 = Diferença do (C <sub>texp</sub> - Ct NBR14762 (2010))								Δ1(%) = 100* Δ1/C <sub>t exp</sub>							
Δ2 = Diferença do (C <sub>texp</sub> - Ct AISI (2016))								Δ2(%) = 100* Δ2/C <sub>t exp</sub>							
Δ3 = Diferença do (C <sub>texp</sub> - Ct UnB Proposto)								Δ3(%) = 100* Δ3/C <sub>t exp</sub>							
Δ4 = Diferença do (C <sub>texp</sub> - Ct UnB (2008))								Δ4(%) = 100* Δ4/C <sub>t exp</sub>							

## 6 Análise estatística e resultados experimentais

A distribuição de tensões na vizinhança da ligação parafusada é muito complexa, com altos gradientes de tensão na região dos conectores. Essa é uma região de tensão não uniforme, de alta concentração, formação de zonas plásticas e mudança de direção das tensões. O fenômeno *shear lag* reduz a capacidade resistente da peça sob tração tem como modo de falha a ruptura da seção líquida na ligação. É importante para os engenheiros utilizar expressões apropriadas para o cálculo do coeficiente de redução da seção líquida,  $C_t$ . As informações fornecidas nas Tabelas 1, 3 e 4 demonstram como a eficiência da conexão de parafusos muda quando certas variáveis são modificadas. As informações apresentadas nas Tabelas 1 e 2 são importantes para identificar as dimensões dos espécimes ensaiados, aba conectada, números de parafusos e disposições dos parafusos. De fato, ao estudar as diversas variáveis, pode-se observar que a largura da aba não conectada ( $b_d$ ) e o número de parafusos por seção ( $n$ ), além da tradicional excentricidade de conexão ( $\bar{x}$ ) e o comprimento de conexão ( $L$ ), controlam o coeficiente de redução da seção líquida experimental  $C_{t,exp}$ , identificado na décima segunda coluna da Tabela 3 que reporta os experimentos feitos na UnB. Portanto, outras variáveis como ( $b_d$ ) largura da aba não conectada, ( $b_c$ ) largura da aba conectada e  $\bar{x}/L$  na Equação (2) podem ser consideradas na construção de uma expressão para " $C_t$ ". A expressão alternativa proposta depende de mais de uma variável independente e, por isso, foi aplicada regressão múltipla da estatística.

Na estatística, regressão múltipla é usada para estabelecer o efeito de cada variável independente, quando outra variável independente é mantida constante (Kennedy e

Neville, 1986). Aqui uma regressão linear múltipla é conduzida com o objetivo geral de confirmar se existe uma correlação entre uma determinada variável independente e o coeficiente de redução da seção líquida ( $C_t$ ).

A equação proposta para  $C_t$  basea-se nas variáveis independentes  $X_{i,1}, X_{i,2}, X_{i,3}, \dots, X_{i,(p-1)}$  associados à geometria da cantoneira e às características da conexão parafusada. Kennedy e Neville, (1986) e Spiegel et al. (2000) definem a equação proposta para a regressão linear:  $C_{ti} = b_0 + b_1X_{i,1} + b_2X_{i,2} + \dots + b_{p-1}X_{i,(p-1)} + \varepsilon_i$ . Portanto, os 86 dados são analisados, e os parâmetros significativos foram considerados para explicar os resultados experimentais através do estudo estatístico dos testes na Tabela 3.

A análise estatística realizada com o software Statistica, versão 6.0 de 2001, permitiu-nos identificar que alguns parâmetros desempenham um papel importante na computação do fator de eficiência da seção líquida experimental ( $C_{t,exp}$ ). Apenas aquelas variáveis que se mostraram estatisticamente significativas foram incorporadas ao modelo, a saber:  $\bar{x}$  é a distância do plano da aba conectada até o centro de gravidade,  $L$  é o comprimento total da ligação parafusada,  $b_c$  é a largura total da aba conectada,  $b_d$  é a largura total da aba desconectada,  $b_{cn}$  é a largura líquida da aba conectada, e  $t$  é a espessura da aba do perfil. Nota-se que além das formulações para  $C_t$  prescritas pela NBR-14762 (2010), Equação (2), e AISI-S100 (2016), Equação (3), essa pesquisa também avaliou uma formulação alternativa de  $C_t$ , proposta por De Paula, Bezerra e Matias (2008), expressa pela Equação (6), baseada então em 66 ensaios em cantoneiras de aço formadas a frio.

$$C_{t(2008)} = 1,19 - 0,26(\bar{x}/L) - (0,63b_{cn} + 0,17b_d - 0,47d - 1,70t)/b_c \quad (6)$$

Voltando aos 86 experimentos reportados na Tabela 3, ao final das etapas de remoção dos extremos e de avaliação dos resíduos, permaneceram ainda 80 casos, ou ensaios. A análise desses casos produziu um modelo altamente significativo ( $p < 0.001$ ), sendo  $p$  o  $p$ -value, notando-se que o  $p$ -value é uma medida estatística de evidência contra a hipótese nula. Quanto menor o  $p$ -value, mais evidência se tem. Além disso, o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) é de 89,6%, o coeficiente de correlação múltiplo ( $R$ ) de 94,6%, e o erro padrão da estimativa de  $C_t$  igual a 0,0296 constitui alta significância estatística dos parâmetros testados (estatística  $p$ ).

Avaliadas as informações e com base nos resultados pode-se finalmente escrever uma nova proposta para o coeficiente de redução da seção líquida, ou seja ( $C_{t,prop}$ ) em função das grandezas apresentadas:

$$C_{t,prop} = 1,12 - 0,29(\bar{x}/L) - (0,55b_{cn} + 0,13b_d - 2,51t)/b_c \quad (7)$$

A viabilidade dessa equação está estaticamente verificada através dos valores inseridos no software Statistica. A Equação (7) é aplicada para os modelos testados experimentalmente e os resultados são mostrados na Tabela 3.

As Figuras 6 e 7 apresentam as diferenças de comportamento do coeficiente da seção líquida dos testes experimentais  $C_{t,exp}$  em relação às equações da NBR-14762 (2010) ou Equação (2), AISI-S100 (2016) ou Equação (3), Equação (6) sugerida em 2008 por De Paula, Bezerra e Matias e a Equação (7) agora proposta nesse artigo – ver Tabela 4. Nota-se nas Figuras 6 e 7 que quanto mais próximo de zero for a diferença entre o valor calculado e o valor obtido experimentalmente para o coeficiente de redução da área líquida  $C_t$ , melhor é a equação do cálculo de  $C_t$ . Dessa forma, com o menor desvio padrão entre os valores calculados e os experimentais apresentados na Tabela 4, a Equação (7) proposta ( $C_{t,prop}$ ) é superior às equações (2), (3) e (6).

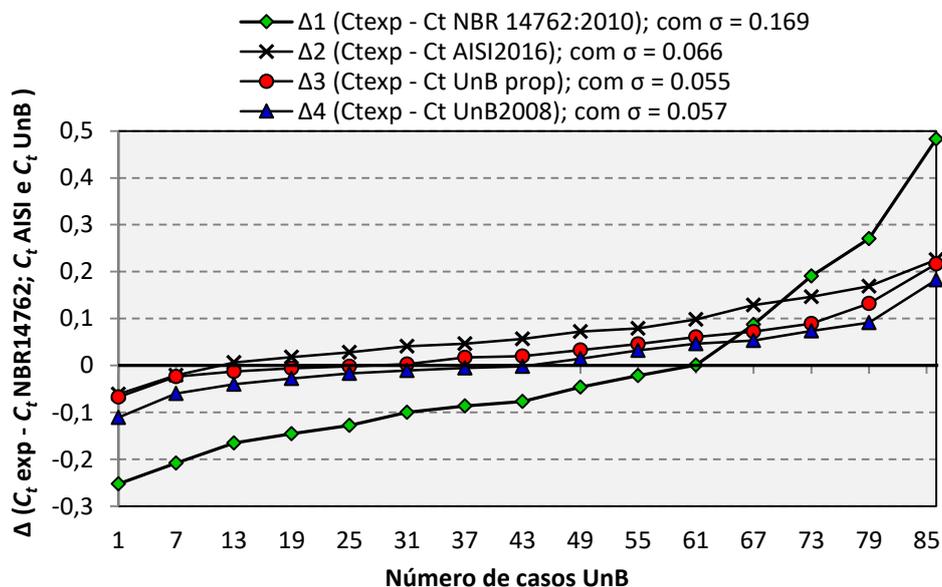


Figura 6 - Diferenças no comportamento de  $C_t$  das Eqs.(2), (3), (6) e (7) (ver Tabela 4)

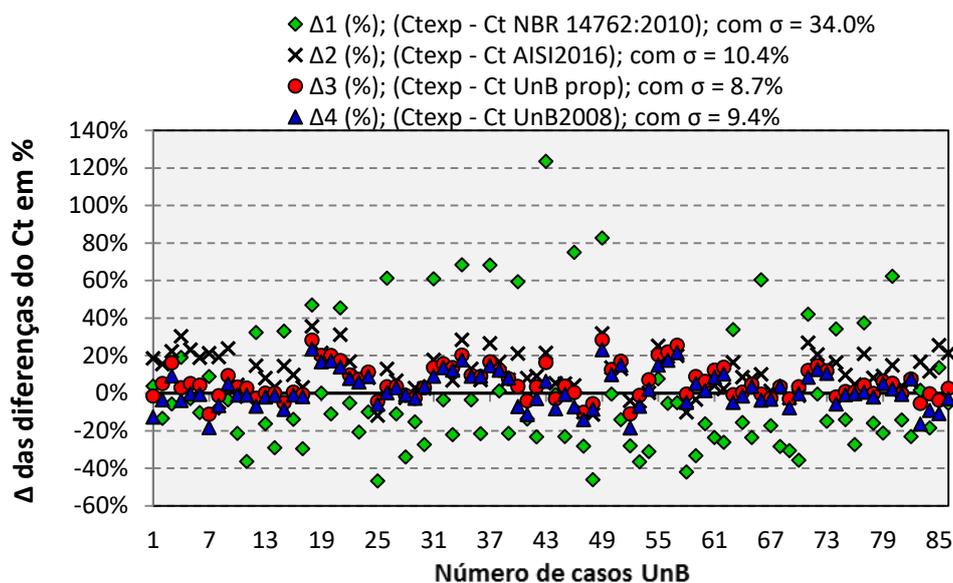


Figura 7 – Diferenças em % dos  $C_t$  das Eqs.(2), (3), (6) e (7) (ver Tabela 4)

## 7 Conclusões

Foram apresentados nesse estudo, os resultados inéditos de 86 ensaios experimentais efetuados na Universidade de Brasília, em cantoneiras de aço formadas a frio e conectadas por parafusos, com aço COR 420. Observou-se que o modo de falha apresentado em todos os ensaios foi a ruptura da seção líquida. Os espécimes testados tinham abas iguais, abas diferentes, diferentes seções transversais, espessuras de 2,25; 3,35 e 3,75 mm e um número variado de parafusos por seção. Usando regressão múltipla nos resultados experimentais, com as variáveis  $\bar{x}/L$ ;  $b_{cn}/b_c$ ;  $b_d/b_c$ ;  $t/b_c$  propôs-se na Equação (7) uma nova expressão para o coeficiente de redução da área líquida  $C_{t,prop}$  para cantoneiras feitas em aço brasileiro, COR 420. Na equação proposta,  $\bar{x}$  = posição do centro de gravidade da cantoneira em relação à chapa de ligação,  $L$  = comprimento total da ligação parafusada,  $b_{cn}$  = largura líquida da aba conectada,  $b_c$  = largura total da aba conectada,  $b_d$  = largura total da aba desconectada,  $t$  = espessura das abas. Os resultados das diferenças entre os valores experimentais,  $C_{t,exp}$ , e aqueles calculados pelas equações (2), (3), (6) e (7), respectivamente, revelam que  $C_t$  calculado pela NBR 14762 (2010) é o que mais difere dos valores experimentais,  $C_{t,exp}$ . Todas as outras equações, em especial a Equação (7), se mostraram satisfatórias aos valores experimentais do coeficiente de redução da área líquida,  $C_t$ . A Equação (7) proposta mostra um menor desvio padrão (0.055 e 8.7%) que a NBR-14762 (2010) cujo valor é 0.169 e 34%, a AISI-S100 (2016), cujo valor é 0.066 e 10.4%, e a Equação (6), cujo valor

é 0.057 e 9.4%. A Equação (7) mostra que o valor calculado para  $C_{t,prop}$  se aproxima mais dos resultados do  $C_{t,exp}$  do que as outras equações testadas. Nota-se ainda que a equação proposta, Equação (7), é bem mais simples de ser usada do que a equação da AISI-S100 (2016), mais prática para uso em projetos com aço fabricado no Brasil. A partir da Equação (7) pode-se observar que as variáveis escolhidas foram adequadamente selecionadas, de modo a contemplar o coeficiente de redução da área líquida " $C_t$ " devido ao fenômeno *shear lag*.

## 8 Referências bibliográficas

AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE – AISI. **North American specification for the design of cold-formed steel structural members**. Washington DC, 2007.

AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE – AISI. **North American specification for the design of cold-formed steel structural members**. Washington DC, 2016.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, ABNT NBR 14762:2010. **Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio**. Rio de Janeiro, 2010.

CHUNG, K. F; LAU L. Experimental investigation on bolted moment connections among cold formed steel members. **Engineering Structures**. 1999;21:898–911.

DE PAULA, V. F. ; BEZERRA, L. M.; MATIAS. W. T.; Efficiency reduction due to shear lag on bolted cold-formed steel angles. **J. of Const. Steel Research**. University of Brasília, 2008.

HOLCOMB BD, YU WW, Laboube RA. Tensile and bearing capacities of bolted connections. Second summary report. **Civil Engineering Study 95-1**. University of Missouri-Rolla; 1995.

KENNEDY. JB, NEVILLE. AM. Basic statistical methods for engineering and scientists. **Harper e Row Publishers**; New York ,1986.

KULAK GL,Wu EY. Shear lag in bolted angle tension members. **Journal of Structural Engineering**, ASCE 1997;123:1144–52.

LABOUBE RA, YU WW. Tensile and bearing capacities of bolted connections. **Final summary report. Civil Engineering Study 95-6**. University of Missouri-Rolla; 1995.

MAIOLA CH. Ligações parafusadas em chapas finas e perfis de aço formados a frio. Tese (doutorado). **EESC – USP**. São Carlos, 2004.

SPIEGEL. MR, SCHILLER. JJ, SRINIVASAN RA. Schaum’s outline of theory and problems of probability and Statistics. **2nd ed. New York: McGraw-Hill**, New York, 2000.

STATSOFT, Inc. STATISTICA (data analysis software system). Version 6. 2001.

TEH, L. H; GILBERT, B. P. Net section tension capacity of cold-reduced sheet steel angle braces bolted at one leg. **Journal of Structural Engineering**, Vol., 139 (3).University of Wollongong, Austrália, 2013.

TEH, L. H; GILBERT, B. P. Net section tension capacity of equal angle braces bolted at different legs. **Journal of Structural Engineering**, 06014002. University of Wollongong, Austrália, 2014.

YIP ASM, CHENG JJR. Shear lag in bolted cold-formed steel angles and channels in tension. **Structural engineering report no. 233**. Edmonton: University of Alberta; Canada, 2000.

YU, WW. Cold-formed steel design. **3rd ed. John Wiley e Sons**; New York, 2000.